4 地下建筑结构的计算方法

本讲内容

4.1 概述

4.2 荷载－结构法

4.3 地层－结构法

4.4 算例

4.1 概述

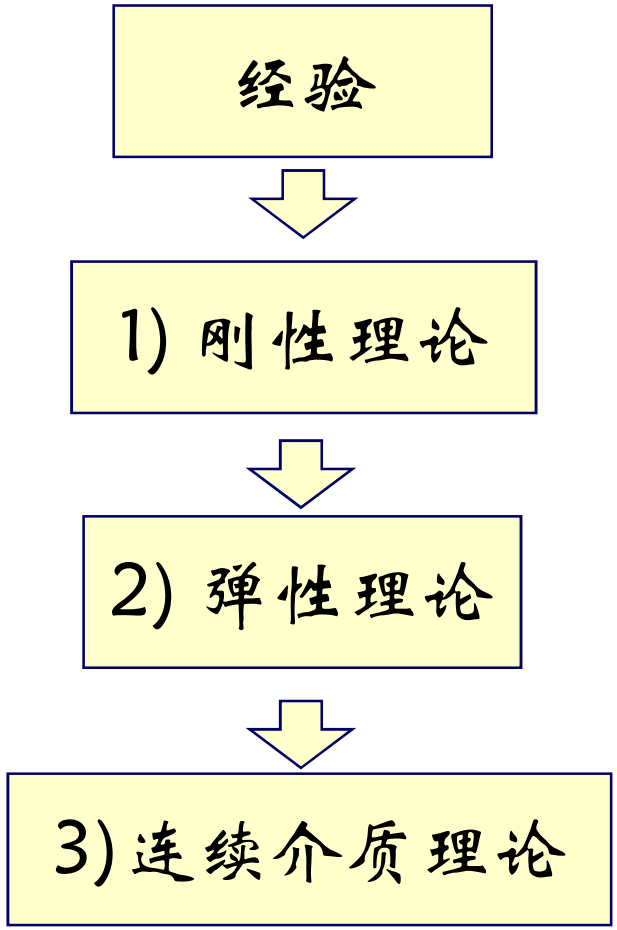
4.1.1 地下建筑结构计算方法的发展

早期完全依靠经验，19世纪才逐渐形成计算理论；

最早的计算理论为刚性理论（压力线理论），原因是砖石等圬工结构变形非常小；

柔性材料被用于地下工程后开始按弹性理论计算；

20世纪以来，逐步认识到地层与结构是一个受力整体，按连续介质理论建立起新的计算方法。


经验
1) 刚性理论
2) 弹性理论
3)连续介质理论

1) 刚性结构阶段

19世纪的地下建筑物大都是以砖石材料砌筑的拱形圬工结构。最先出现的计算理论是将地下结构视为刚性结构的压力线理论。

压力线理论认为，地下结构是由一些刚性块组成的拱形结构，所受的主动荷载是地层压力，当地下结构处于极限平衡状态时，它是由绝对刚体组成的三铰拱静定体系，铰的位置分别假设在墙底和拱顶，其内力可按静力学原理进行计算。

压力线假设的计算方法缺乏理论依据，一般情况偏于保守，所设计的衬砌厚度将偏大很多。

1) 刚性结构阶段

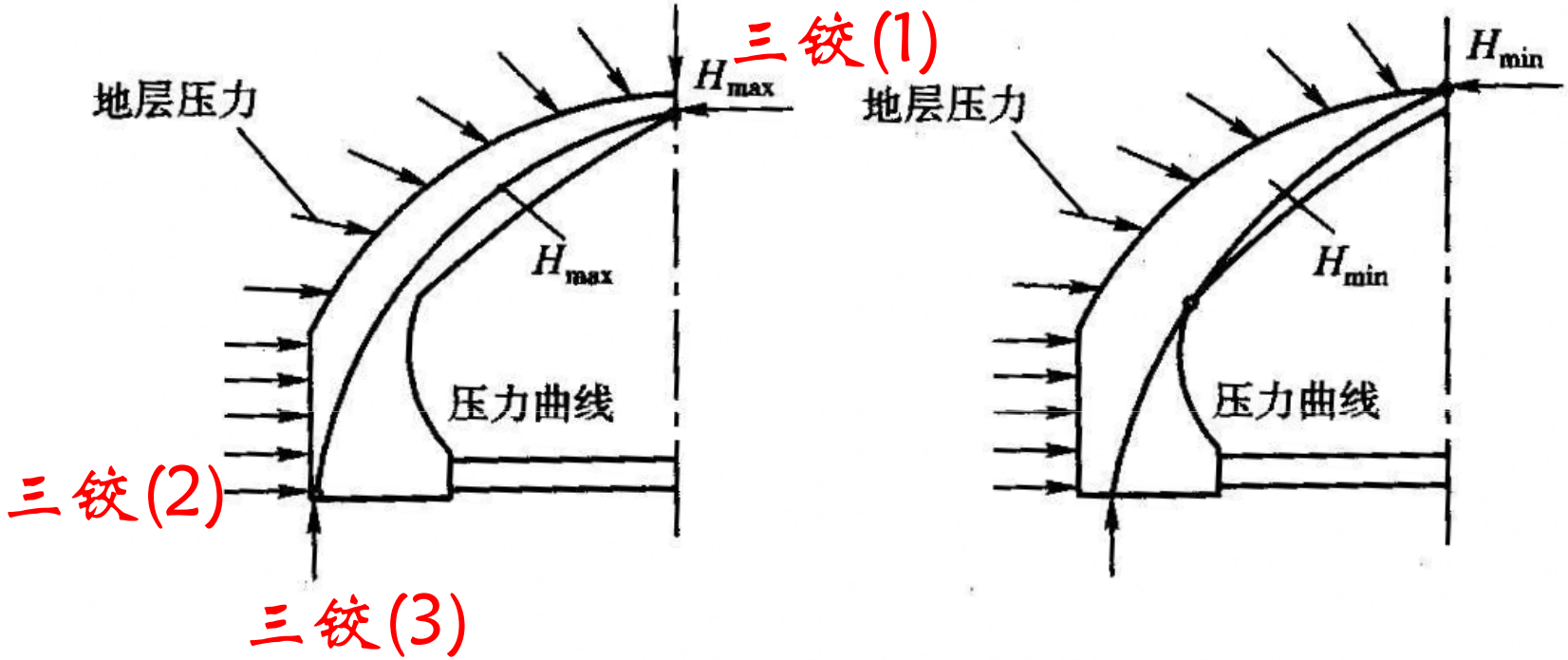


图 1-21　刚性结构计算图示

$$K = \frac{H_{max}}{H_{min}} > 1.25 \sim 1.5$$

2) 弹性结构阶段

19世纪后期，混凝土和钢筋混凝土材料陆续出现，并用于建造地下工程，使地下结构具有较好的整体性。从这时起，地下结构开始按**弹性连续拱形框架**用超静定结构力学方法计算结构内力。

作用在结构上的荷载是主动的地层压力，并考虑了地层对结构产生的弹性反力的约束作用。

这类计算理论认为，当地下结构埋置深度较大时，作用在结构上的压力不是上覆岩层的重力而只是围岩坍落体积内松动岩体的重力——松动压力。

但当时并没有认识到这种塌落并不是形成围岩压力的唯一来源，也不是所有的情况都会发生塌落，更没有认识到通过稳定围岩，可以发挥围岩的自身承载能力。

对于围岩自身承载能力的认识又分为两个阶段：

（1）假定弹性反力阶段

- 20世纪初期，假定弹性反力的分布图形位置线为三角形或梯形
- 1934年，按结构的变形曲线假定地层弹性反力的分布图形为月牙形

（2）弹性地基梁阶段

- 局部变形弹性地基梁理论
- 共同变形弹性地基梁理论

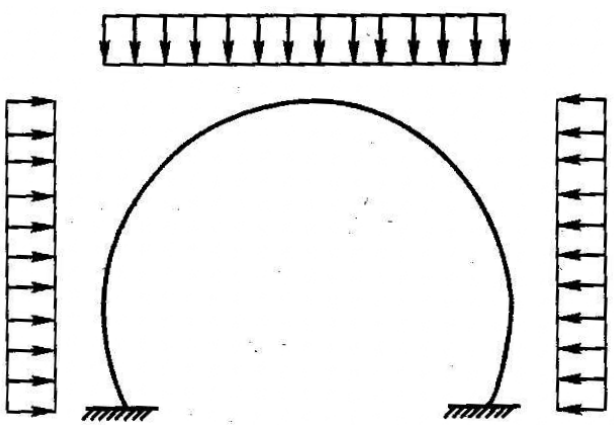


图 1-22　线性抗力假设

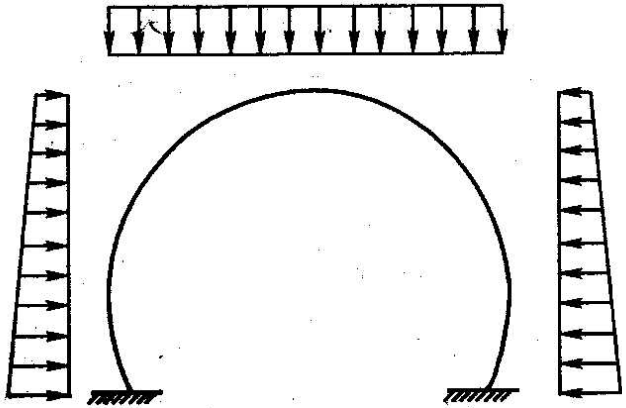


图 1-23　梯形抗力假设

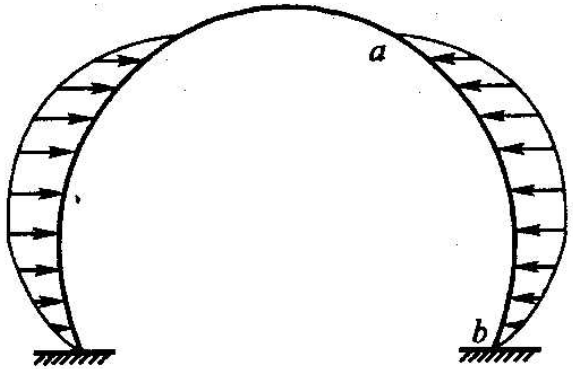


图 1-24　镰刀形抗力假设

对于围岩自身承载能力的认识又分为两个阶段：

（1）假定弹性反力阶段
- 20世纪初期，假定弹性反力的分布图形位置线为三角形或梯形
- 1934年，按结构的变形曲线假定地层弹性反力的分布图形为月牙形

（2）弹性地基梁阶段
- 局部变形弹性地基梁理论
- 共同变形弹性地基梁理论

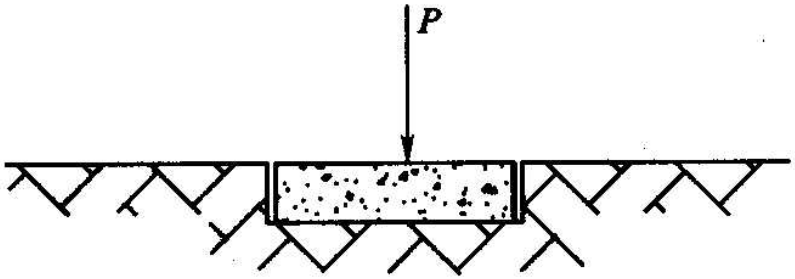


图 1-25　文克勒变形理论

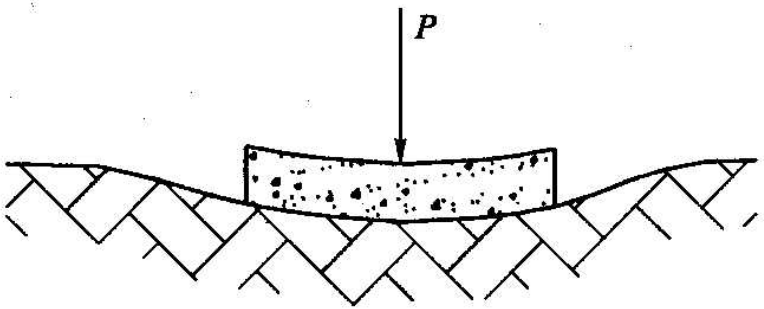


图 1-26　共同变形理论

3) 连续介质阶段　　20世纪中期以来，连续介质力学理论

这种计算方法以岩体力学原理为基础，认为坑道开挖后向洞室内变形而释放的围岩压力将由支护结构与围岩组成的地下结构体系共同承受。一方面围岩本身由于支护结构提供了一定的支护阻力，从而引起它的应力调整达到新的平衡；另一方面，由于支护结构阻止围岩变形，它必然要受到围岩给予的反作用力而发生变形。这种反作用力和围岩的松动压力极不相同，它是支护结构与围岩共同变形过程中对支护结构施加的压力，称为形变压力。

这种计算方法的重要特征是把支护结构与岩体作为一个统一的力学体系来考虑。两者之间的相互作用则与岩体的初始应力状态、岩体的特性、支护结构的特性、支护结构与围岩的接触条件以及参与工作的时间等一系列因素有关，其中也包括施工技术的影响。

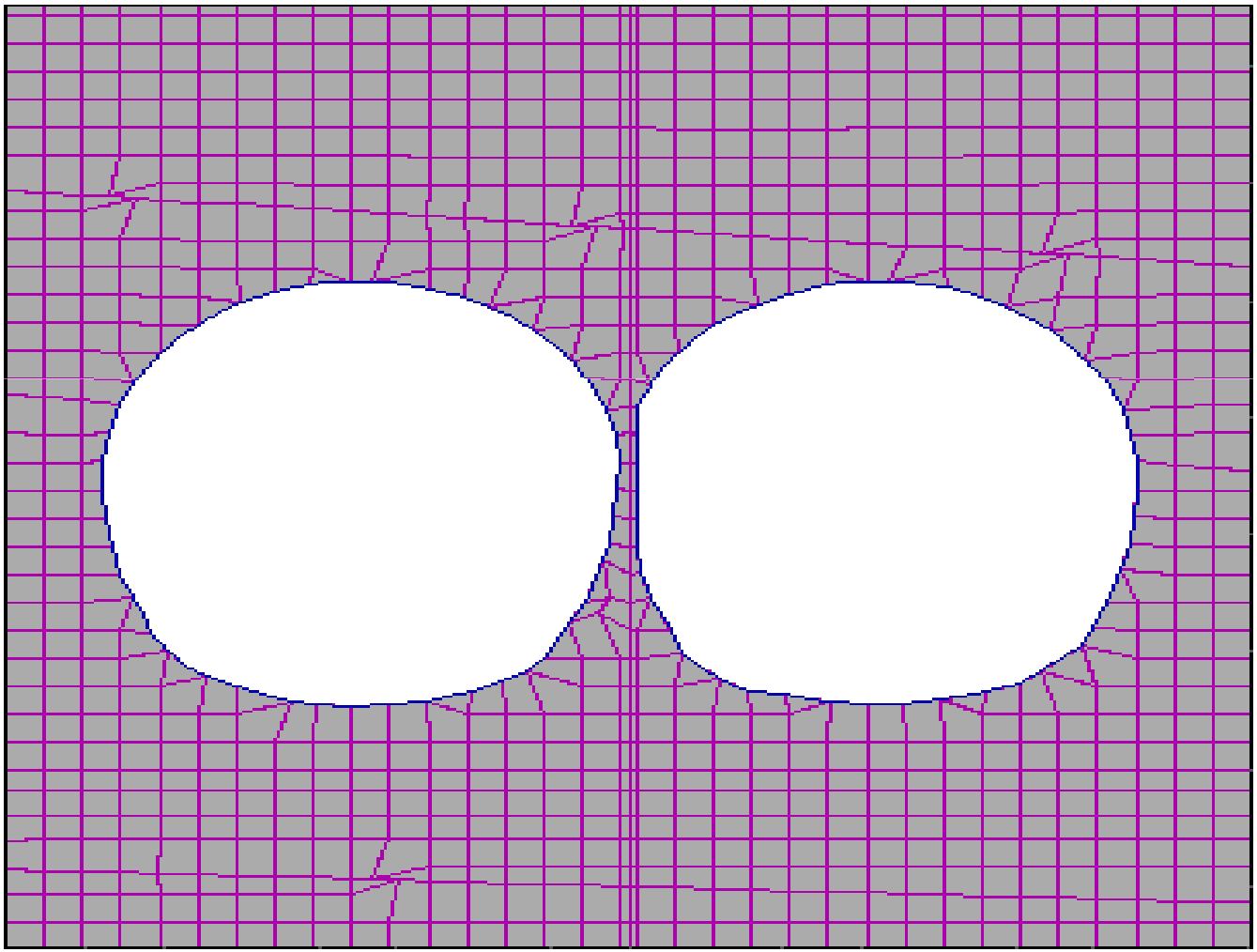
连续介质力学理论的新进展

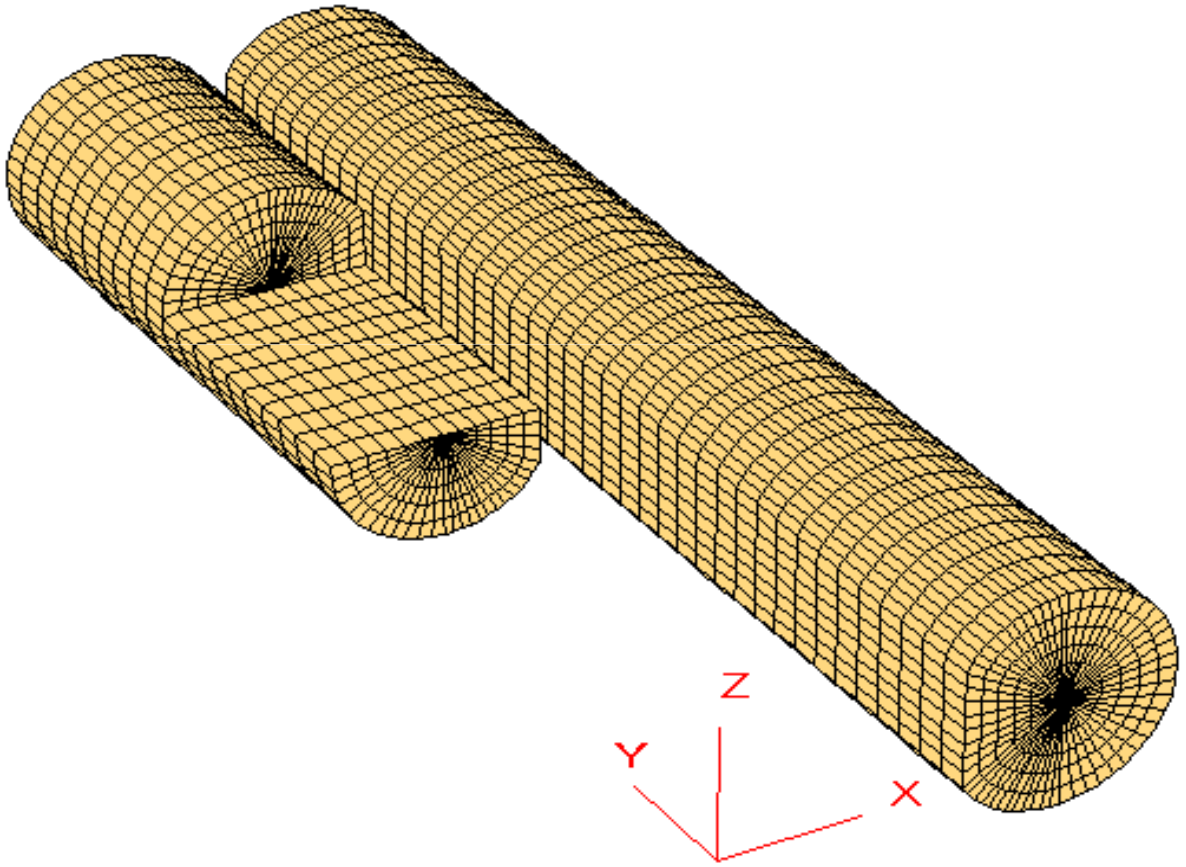
锚杆与喷射混凝土这一类新型支护的出现和与此相应的一整套新奥地利隧道设计施工方法的兴起，终于形成了以岩体力学原理为基础的、考虑支护与围岩共同作用的地下工程**现代支护理论**。

到20世纪80年代又将现场监控量测与理论分析结合起来，发展成为一种适应地下工程特点和当前施工技术水平的新设计方法——**现场监控设计方法**（也称信息化设计方法）。

在地下工程支护结构设计中应用可靠性理论、推行概率极限状态设计研究方面也取得了重要进展。

随机有限元（包括摄动法、纽曼法、最大熵法和响应面法等）、Monte-Carlo模拟、随机块体理论和随机边界元法等一系列新的地下工程支护结构理论分析方法近年来都有了较大的发展。




Z
Y
X

4.1.2 地下结构体系的计算模型

国际隧道协会在1978年成立了隧道结构设计模型研究组、收集和汇总了各会员国目前采用的地下结构设计方法、如表4－1所示(P70，中国)。经过总结，国际隧道协会认为，目前采用的地下结构设计方法可以归纳为以下4种设计模型：

国际隧道协会归纳的四种设计模型：

(1)以参照过去隧道工程实践经验进行工程类比为主的经验设计法；

(2)以现场量测和实验室试验为主的实用设计方法；例如，以洞周位移量测值为根据的收敛—限制法；

(3)作用—反作用模型，即荷载—结构模型。例如，弹性地基圆环计算和弹性地基框架计算等方法；

(4)连续介质模型，包括解析法和数值法，数值计算法目前主要是有限单元法。

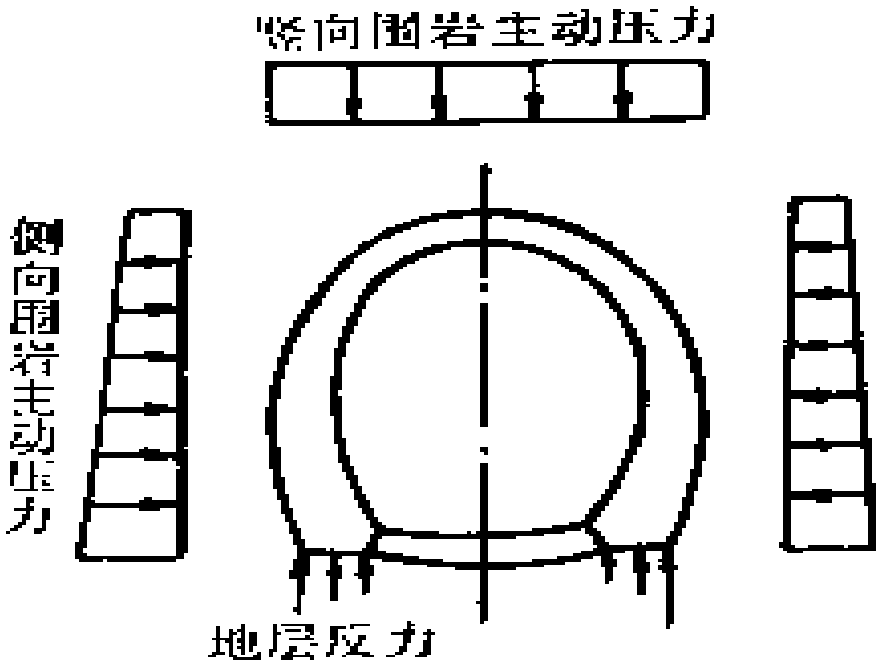
争抢座位

从各国的地下结构设计实践看，目前、在设计隧道的结构体系时，主要采用两类计算模型，一类是以支护结构作为承载主体、围岩作为荷载同时考虑其对支护结构的变形约束作用的模型。另一类则相反，视围岩为承载主体，支护结构则为约束围岩变形的模型。

我国采用的设计方法似可分属以下四种设计模型：

A 荷载—结构模型

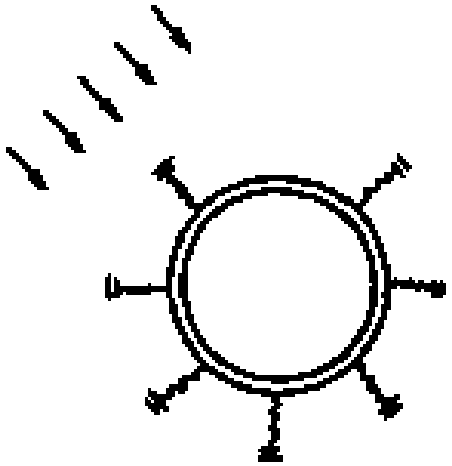
洞--刺猬



将支护结构和围岩分开来考虑，支护结构是承载主体、围岩作为荷载；结构与围岩的相互作用是通过弹性支承对支护结构施加约束来体现的，而围岩的承载能力则在确定围岩压力和弹性支承的约束能力时间接地考虑。

结构力学模型

主要适用于围岩因过分变形而发生松弛和崩塌，支护结构主动承担围岩“松动”压力的情况。

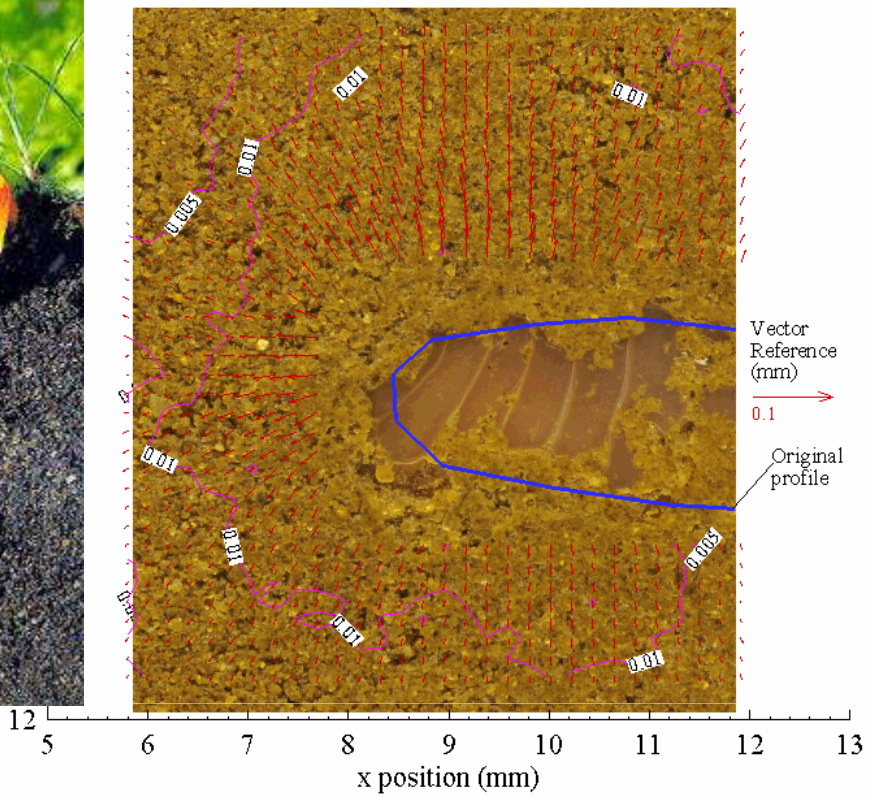


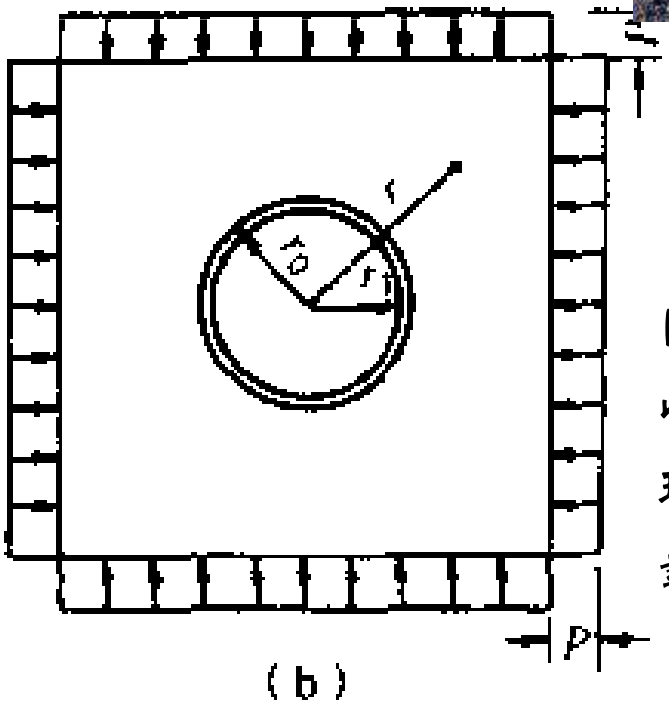
荷载—结构模型、
作用—反作用模型

关键问题

如何确定作用在支护结构上的主动荷载，其中最主要的是围岩所产生的松动压力、以及弹性支承给支护结构的弹性抗力

B 地层—结构模型

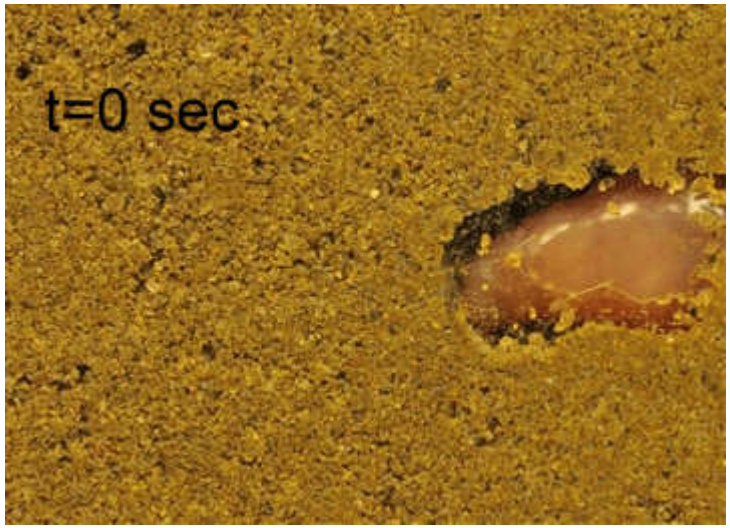




围岩—结构模型

收敛—约束模型

现代围岩共同承载理论



将支护结构与围岩视为一体，作为共同承载的隧道结构体系，故又称为围岩—结构模型或复合整体模型，在这个模型中围岩是直接的承载单元，支护结构只是用来约束和限制围岩的变形，这一点正好和上述(荷载—结构)模型相反。

在地层—结构模型中可以考虑各种几何形状，地层和支护材料的非线性特性，开挖面空间效应所形成的三维状态，以及地质中不连续面等等。

可以用解析法求解，或用收敛—约束法图解，但绝大部分问题，因数学上的困难必须依赖数值方法，尤其是有限单元法。

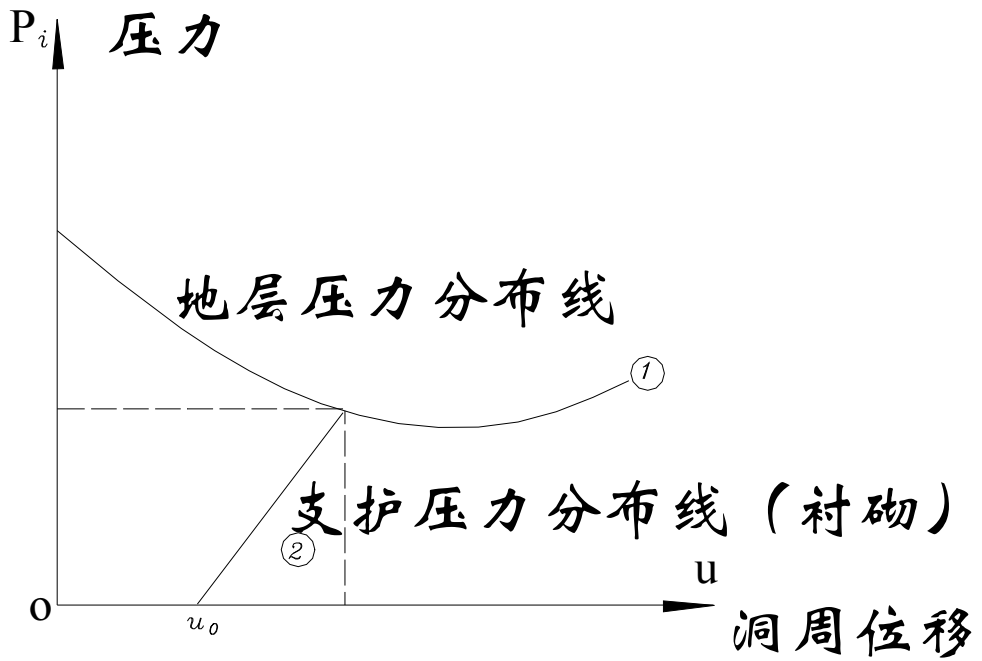
关键问题 如何确定地层的初始应力场，以及表示材料非线性特性的各种参数及其变化情况。

C 经验类比模型

在大多数情况下，隧道支护体系还是依赖“经验设计”的，在实施过程中，依据量测信息加以修改和验证。经验设计的前提要正确地对坑道围岩进行分类、然后在分类的基础上编制支护结构系统的基本图示。

它是完全依靠经验设计地下结构的设计模型。

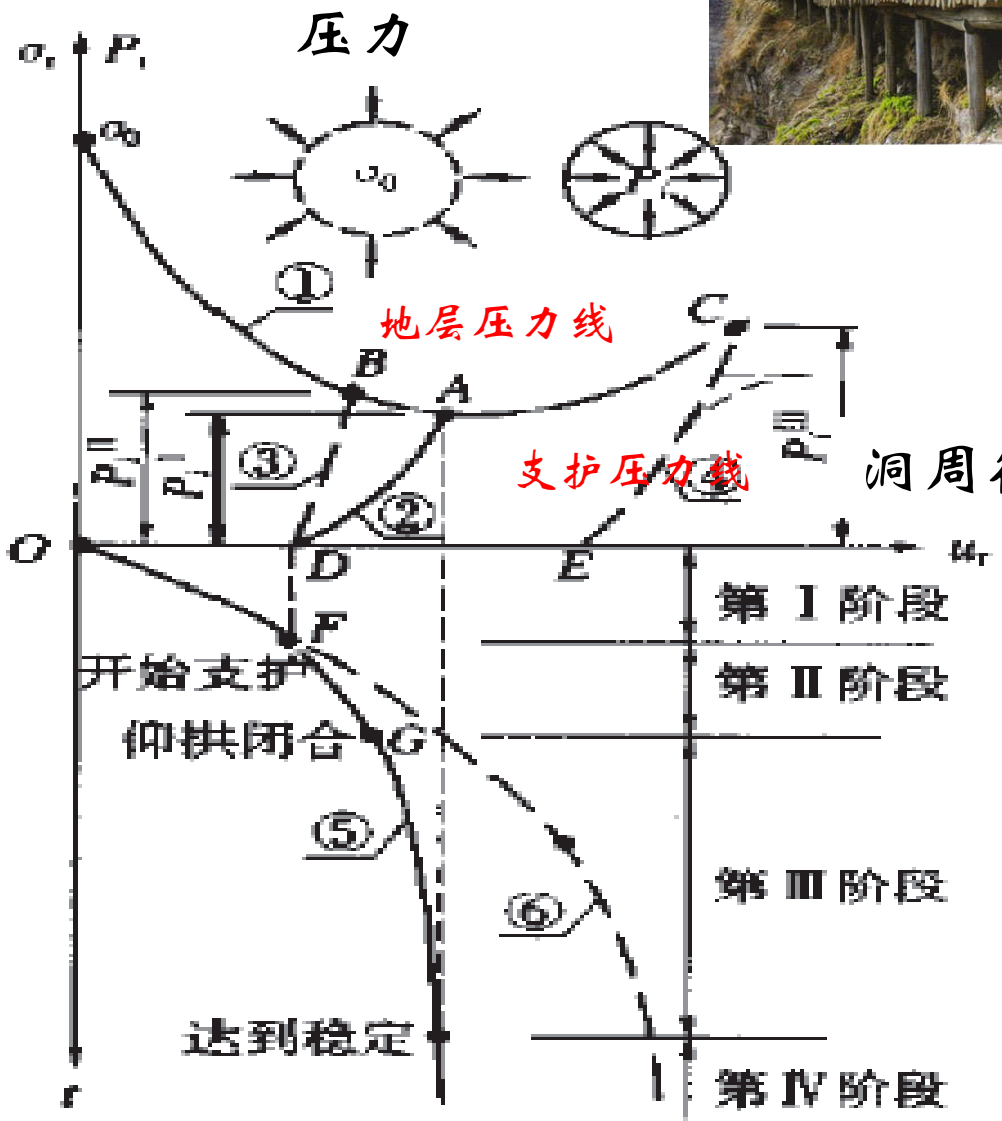
D 收敛限制模型



收敛限制模型的计算理论是收敛限制法。其原理是按弹-塑-粘性理论等推导公式后，再以洞周位移为横坐标、支护反力为纵坐标的坐标平面内绘出表示地层受力变形特征的洞周收敛线（1），并按结构力学原理在同一坐标平面内绘出表示衬砌结构受力变形特征的支护限制线（2），得出以上两条曲线的交点，根据交点处表示的支护抗力值进行衬砌结构设计。

D 收敛限制模型

其计算理论也是地层结构法，其设计方法常称为收敛限制法，或称特征线法。
只是计算时采用收敛—约束法的图解考虑。看书上的解释P71



DEL

它以洞周位移量测值为根据

荷载—结构模型设计的隧道支护结构偏于保守

地层—结构模型是目前隧道结构体系设计中力求采用的或正在发展的模型，因为它符合当前的施工技术水平。

4种模型中前3种较为常用。

洞--刺猬

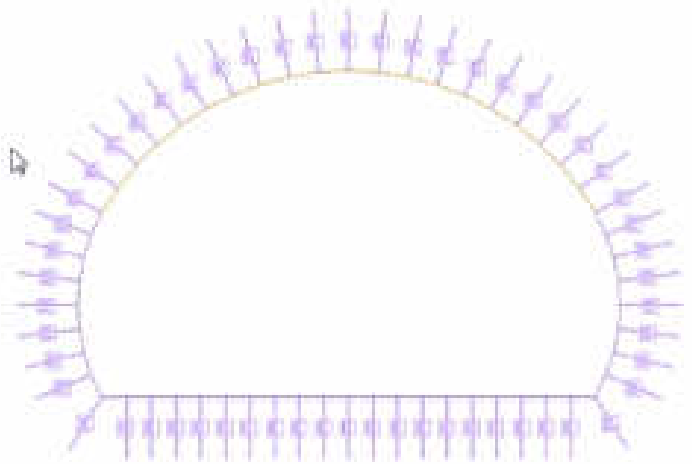
4.2 荷载—结构法

对应于荷载－结构模型的计算方法称为荷载－结构法。

地层对结构的作用只是产生在地下建筑结构上的荷载，衬砌在荷载的作用下产生内力和变形。

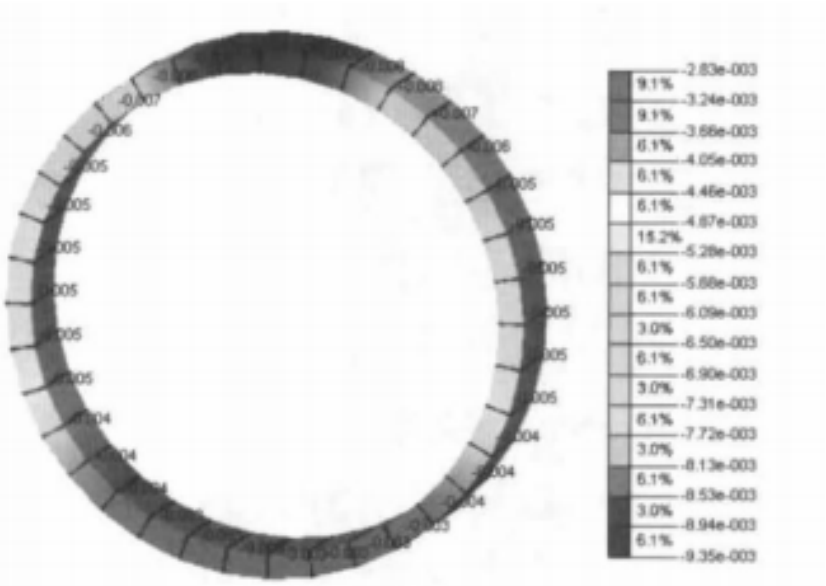
这里介绍《公路隧道设计规范》（2004/2014）中的计算方法。

4.2.1 设计原理



认为隧道开挖后地层的作用主要是对衬砌结构产生荷载，衬砌结构应能安全可靠地承受地层压力等荷载的作用。

计算时先求出地层压力，然后按弹性地基上结构物的方法计算衬砌的内力，并进行结构截面设计。



(a) 竖向位移

4.2.2 计算原理

A 基本未知量与基本方程

取**衬砌结构**结点的位移为基本未知量。由最小势能原理或变分原理可得系统整体求解是的平衡方程为

$$[K]\{\delta\}=\{P\}$$

$[K]$ 衬砌结构的整体刚度矩阵，为$m\times m$ 阶方阵，m为体系结点自由度的总个数

$\{\delta\}$ 由衬砌结构结点位移组成的列向量，即 $\{\delta\}=\{\delta_1,\delta_2,\ldots,\delta_m\}^T$

$\{P\}$ 由衬砌结构结点荷载组成的列向量，即 $\{P\}=\{P_1,P_2,\ldots,P_m\}^T$

P72

B 单元刚度矩阵的计算

设梁单元在局部坐标下的结点位移为 $\{\delta\}=\left[u_i,v_i,\theta_i,u_j,v_j,\theta_j\right]^T$

对应的结点力为 $\{f\}=\left[X_i,Y_i,M_i,X_j,Y_j,M_j\right]^T$

则有 $\{f\}=\left[\overline{k}\right]^e\{\delta\}$

$\left[\overline{k}\right]^e$为梁单元在局部坐标下的刚度矩阵，并有

$$\left[\bar{k}\right]^e=\begin{bmatrix} 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EA}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EA}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EA}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EA}{l} \end{bmatrix}$$

l 为梁单元的长度　　A 为梁的截面积

E 为梁的惯性矩　　I 为梁的弹性模量

对于整体结构而言，各单元采用的局部坐标系均不相同，故在建立整体矩阵时，需按下式将局部坐标系建立的单元刚度矩阵 $\left[\bar{k}\right]^e$ 转换成结构整体坐标系中的单元刚度矩阵 $\left[k\right]^e$

$$\left[k\right]^e=\left[T\right]^T\left[\bar{k}\right]^e\left[T\right]$$

P73

$[T]$ 为转置矩阵，表达式为

$$[T]=\begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos & \sin\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

β 局部坐标系与整体坐标系之间的夹角

C 地层反力的作用模式

地层弹性抗力由下式给出

K_n 弹性抗力系数

$$F_n = K_n U_n \qquad F_s = K_s U_s$$

$$K_n = \begin{cases} K_n^+ & U_n \geq 0 \\ K_n^- & U_n < 0 \end{cases} \qquad K_s = \begin{cases} K_s^+ & U_s \geq 0 \\ K_s^- & U_s < 0 \end{cases}$$

F_n F_s 分别为法向和切向弹性抗力

Normal and sliding direction

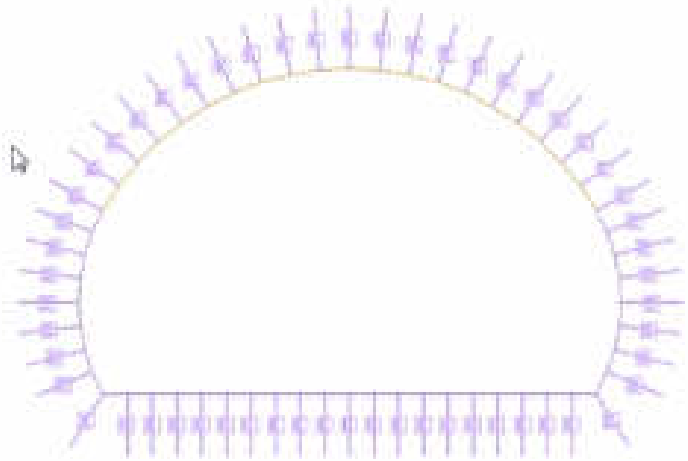
P74

K_n K_s 为相应的围岩弹性抗力系数，且 K_*^+, K_*^- 分别为压缩区和拉伸区的抗力系数，通常令 $K_n^- = K_s^- = 0$

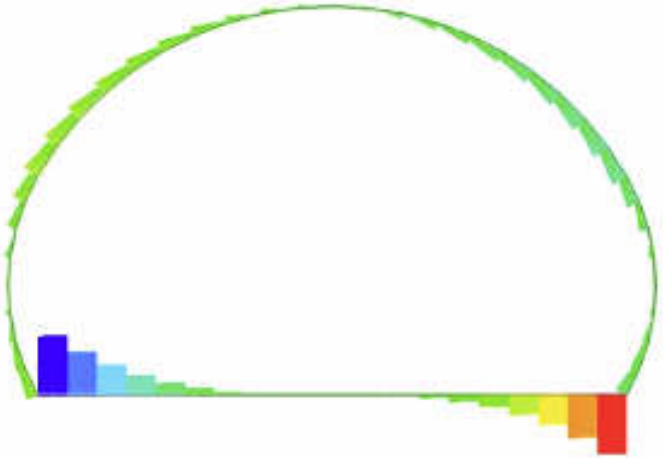
亦即拉伸弹性抗力系数为零

杆件单元确定后，即可确定地层弹簧单元，它只设置在杆件单元的结点上。地层弹簧单元可沿整个截面设置，也可只在部分结点上设置。沿整个截面设置地层弹簧单元时，计算过程中需用迭代法作变形控制分析，以判断出抗力区的确切位置。

哔哩哔哩迈达斯GTS NX 2D隧道衬砌荷载结构法分析

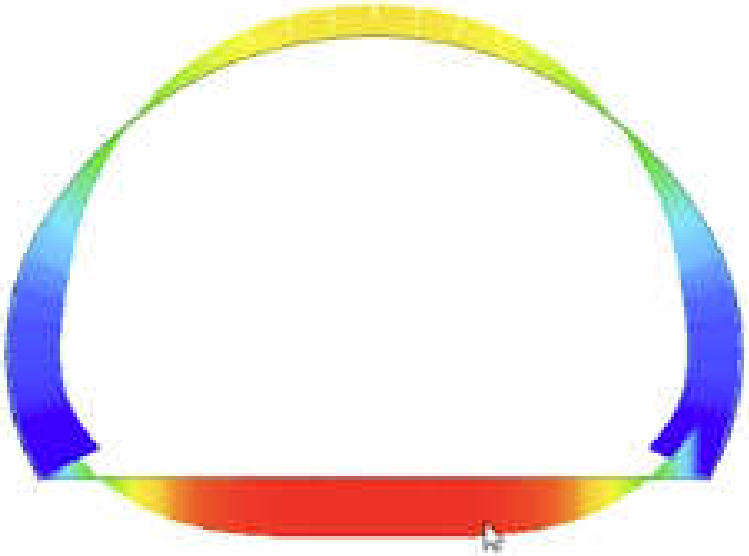


荷载结构法-简图 环向弹簧



剪力Q

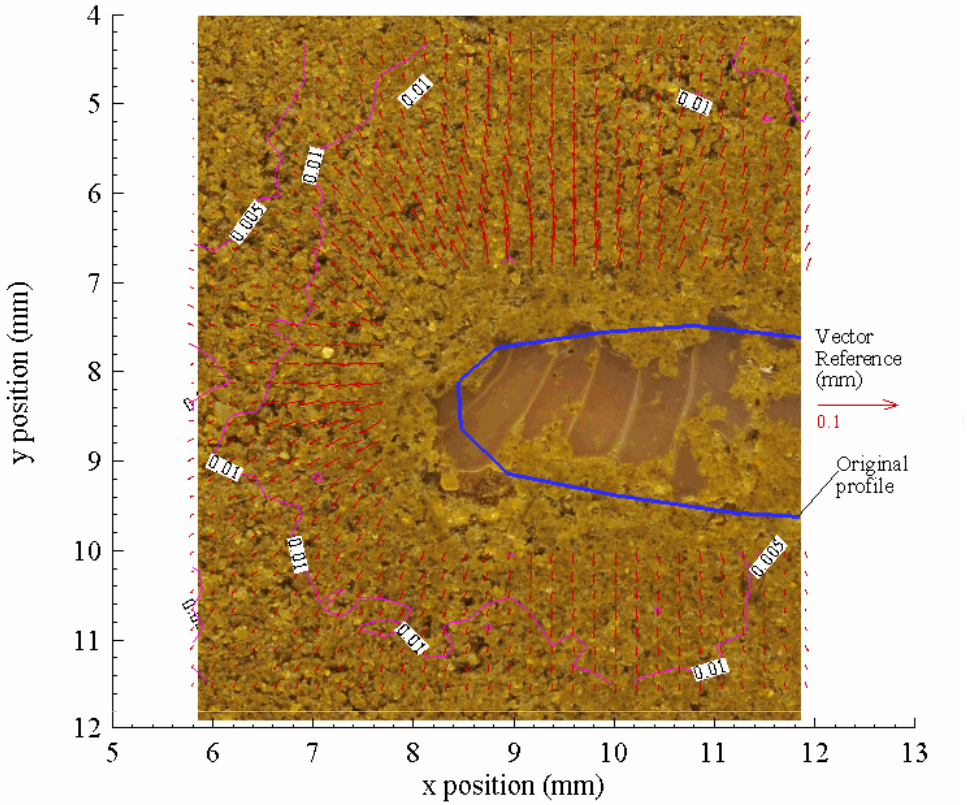
轴力N



弯矩M

4.3 地层—结构法

把地下结构与地层作为一个受力变形的整体，按照连续介质力学原理来计算地下建筑结构以及周围地层的变形；不仅计算出衬砌结构的内力及变形，而且计算周围地层的应力。



充分体现了相互作用原理。

这里仍重点介绍《公路隧道设计规范》（2004/2014）中的计算方法。

4.3.1 设计原理

将衬砌和地层视为整体共同受力的统一体系，在满足变形协调条件的前提下分别计算衬砌与地层的内力。

计算方法以有限单元法为主。

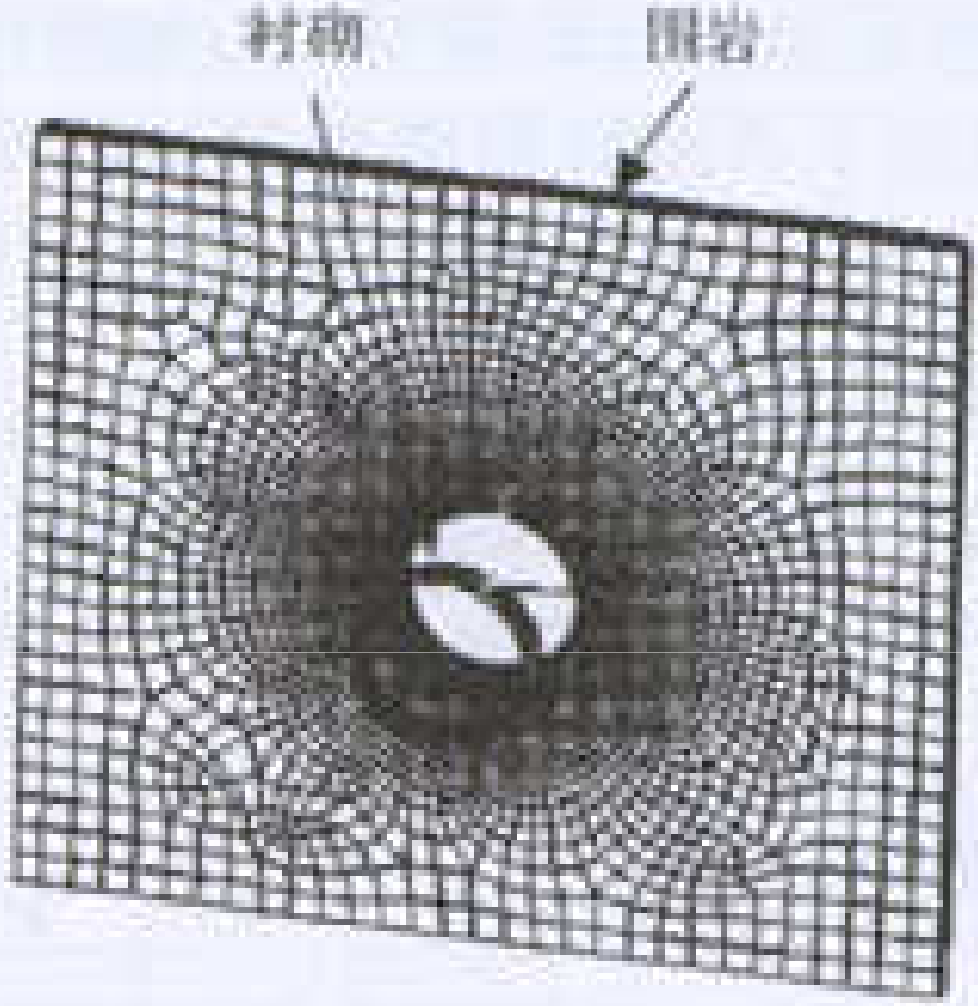


图 5　地层结构有限元网格

Fig. 5　Finite element discretisation of surrounding st

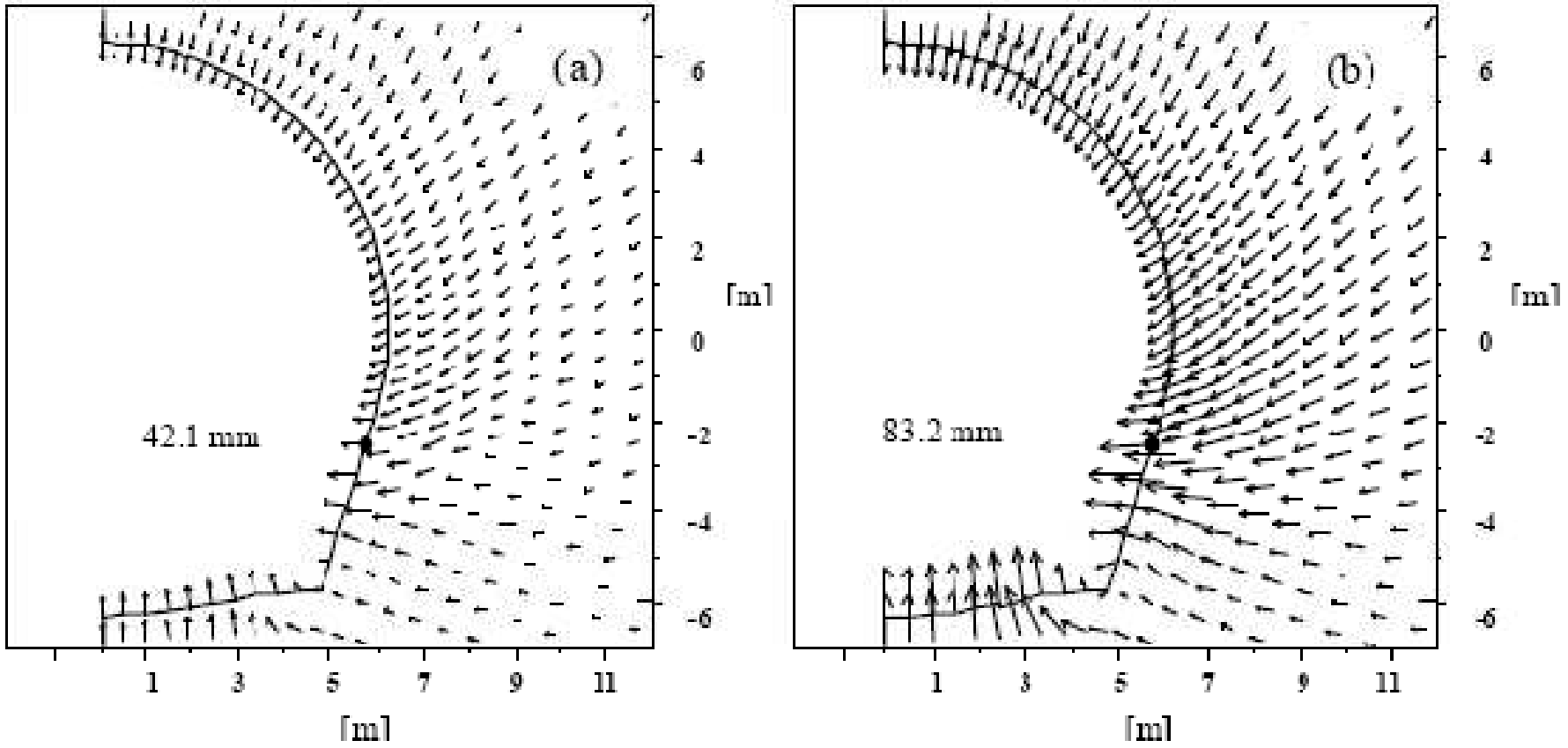
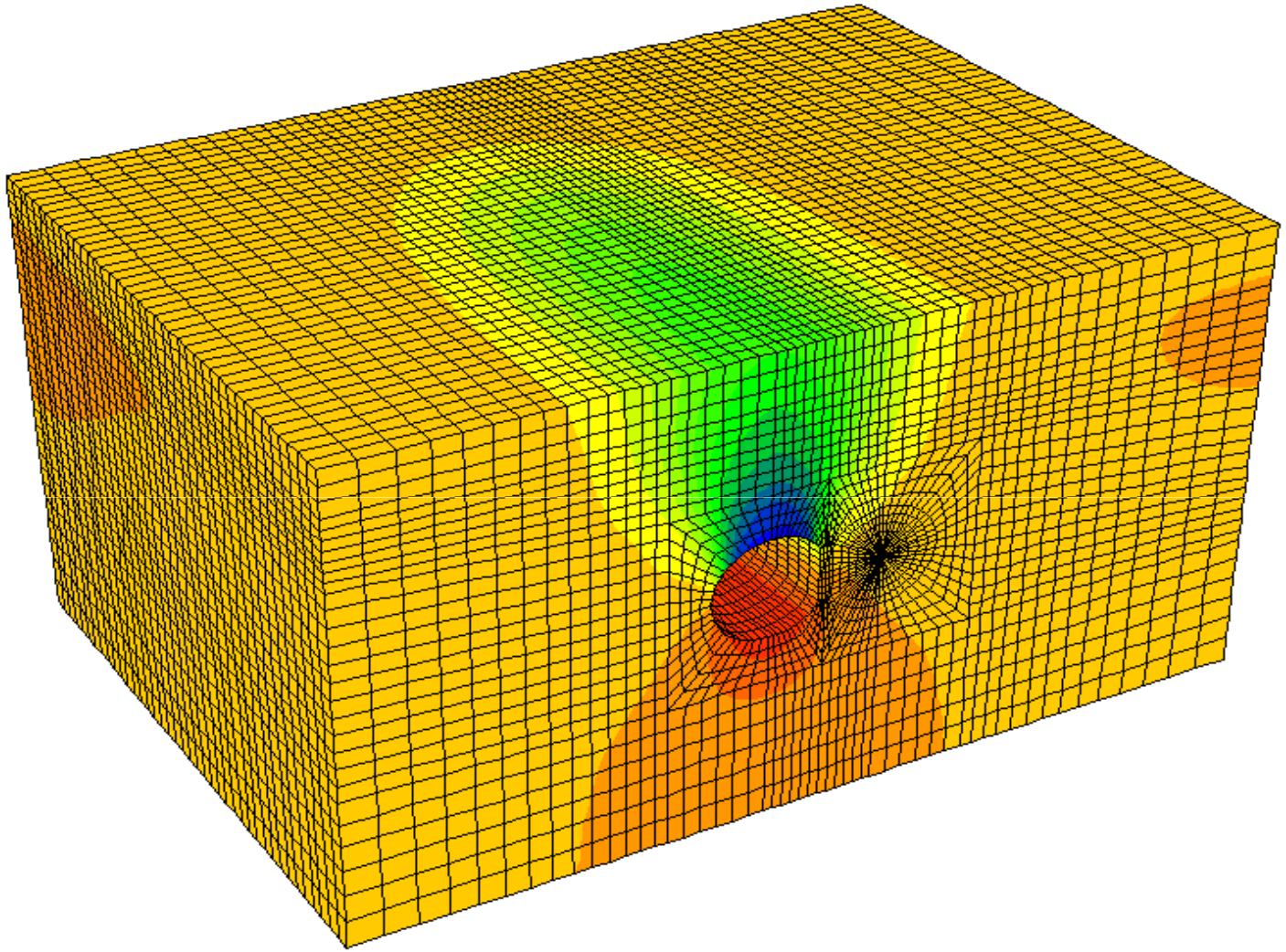


Figure 67: Computed displacements in the tunnel surround: (a) elastic-plastic-brittle model; (b) proposed model



4.3.2 计算初始地应力

A 初始自重应力

初始自重应力通常采用有限元法或给定水平侧压力系数的方法计算。

1）有限元法

即初始自重应力由有限元法算得，并将其转化为等效结点荷载

2）给定水平侧压力系数法

即在给定侧压力系数 K_0 值后，按下式计算初始自重地应力

$$\sigma_z^g = \sum \gamma_i H_i$$

$$\sigma_x^g = K_0\left(\sigma_z - p_{\mathrm{w}}\right) + p_{\mathrm{w}}$$

σ_z^g σ_x^g 竖直方向和水平方向初始自重地应力

γ_i 计算点以上第i层岩石的重度

H_i 计算点以上第i层岩石的厚度

p_{w} 计算点的孔隙水压力，在不考虑地下水头变化的条件下，由计算点的静水压力确定，即 $p_{\mathrm{w}} = \gamma_{\mathrm{w}} H_{\mathrm{w}}$

γ_{w} 地下水的重度

H_{w} 地下水的水头差

背斜构造

B 构造应力

构造地应力可假设为均布或线性分布应力。假设主应力作用方向保持不变，则二维平面应变的普遍表达式为

$$\begin{cases} \sigma_x^g = a_1 + a_4 z \\ \sigma_z^g = a_2 + a_5 z \\ \tau_{xz}^g = a_3 \end{cases}$$

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 常系数； z 竖直坐标

C 初始地应力

将初始自重应力与构造应力叠加，即得初始地应力

4.3.3 本构模型

A 岩石单元

1)弹性模型

对于平面应变问题,横观各向同性弹性体的应力增量可表示为

$$|\Delta\sigma| = \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{zx} \end{Bmatrix} = [D]\{\Delta\varepsilon\} \approx \begin{bmatrix} \dfrac{E_0 E_v - \mu_{hh}^2 E_h^2}{E_0} & \dfrac{E_h E_v \mu_{vh}(1+\mu_{hh})}{E_0} & 0 \\ \dfrac{E_h E_v \mu_{vh}(1+\mu_{hh})}{E_0} & \dfrac{E_v^2(1-\mu_{hh}^2)}{E_0} & 0 \\ 0 & 0 & G_{hv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{zx} \end{Bmatrix} \tag{J.0.3-1}$$

式中：E_v——竖直方向(z)弹性模量；

E_h——水平方向(x,y)弹性模量；

μ_{vh}——竖直向应变引起水平向应变的泊松比(竖直面内的泊松比)；

μ_{hh}——水平面内的泊松比；

G_{hv}——竖向平面内的剪切模量。

各向同性弹性体的应力增量可表示为

$$\{\Delta\sigma\}=\begin{Bmatrix}\Delta\sigma_x\\ \Delta\sigma_z\\ \Delta\tau_{zx}\end{Bmatrix}=[D]\{\Delta\varepsilon\}=\frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}\begin{bmatrix}1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0\\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta\varepsilon_x\\ \Delta\varepsilon_z\\ \Delta\gamma_{zx}\end{Bmatrix} \tag{J.0.3-2}$$

2)非线性弹性模型

采用邓肯-张模型的假设,并认为应力-应变关系可用双曲线关系近似描述,则在主应力 σ_3 保持不变时

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \tag{J.0.3-3}$$

轴向应变 ε_1 和侧向应变 ε_3 之间假设也存在双曲线关系,即有

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_3}{f + d\varepsilon_3} \tag{J.0.3-4}$$

式中 a、b、f、d 均为由试验确定的参数。

在不同应力状态下弹性模量的表达式为

$$E_i = \left[1 - \frac{R_f(1-\sin\varphi)(\sigma_1-\sigma_3)}{2C\cos\varphi + 2\sigma_3\sin\varphi}\right]^2 Kp_0\left(\frac{\sigma_3}{p_0}\right)^n \tag{J.0.3-5}$$

式中:R_f——破坏比,数值小于 1(一般在 0.75~1.0 之间);

3)弹塑性模型

(1) 屈服准则

材料进入塑性状态的判断准则采用 Drucker-Prager 或 Mohr-Coulomb 屈服准则,其中 Drucker-Prager 屈服准则的表达式为

$$f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \tag{J.0.3-8}$$

式中:I_1——应力张量的第一不变量;

J_2——应力偏量的第二不变量,并有

$$\alpha = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$$

$$k = \frac{\sqrt{3}C\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}} \tag{J.0.3-9}$$

Mohr-Coulomb 屈服准则的表达式为

$$f = \frac{1}{3}I_1\sin\varphi - \left(\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta\sin\varphi\right)\sqrt{J_2} + C\cos\varphi = 0 \tag{J.0.3-10}$$

式中:$\theta = \frac{1}{3}\sin^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{(J_2)^{\frac{3}{2}}}\right)$, $-\frac{\pi}{6} \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{6}$;

J_3——应力偏量的第三不变量。

（2）弹塑性矩阵

材料进入塑性状态后，其弹塑性应力-应变关系的增量表达式为

$$\{d\sigma\} = \left([D] - \frac{[D]\left\{\frac{\partial g}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right\}^{T}[D]}{A + \left\{\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right\}^{T}[D]\left\{\frac{\partial g}{\partial \sigma}\right\}} \right] \{d\varepsilon\}$$

$$= ([D] - [D_p])\{d\varepsilon\} = [D_{ep}]\{d\varepsilon\} \qquad \text{(J.0.3-11)}$$

式中：$[D]$，$[D_p]$，$[D_{ep}]$——分别为材料的弹性矩阵、塑性矩阵和弹塑性矩阵；

P78

(3) 弹塑性分析的计算过程

增量时步加荷过程中，部分岩土体进入塑性状态后，由材料屈服引起的过量塑性应变以初应变的形式被转移，并由整个体系中的所有单元共同负担。每一时步中各单元与过量塑性应变相应的初应变均以等效结点力的形式起作用，并处理为再次计算时的结点附加荷载，据以进行迭代运算，直至时步最终计算时间，并满足给定的精度要求。

4)粘弹性模型

三元件广义 Kelvin 模型，由弹性元件和 Kelvin 模型串联组成，如图 J.0.3 所示。其应力应变关系式为

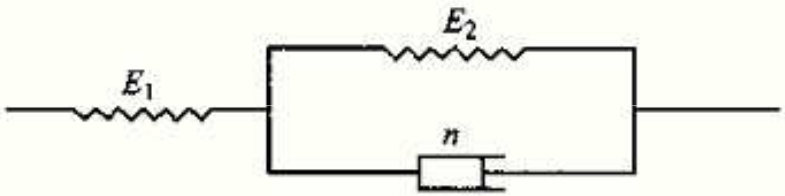


图 J.0.3 广义 Kelvin 模型

$$\frac{\eta}{E_1+E_2}\dot{\sigma}+\sigma=\frac{\eta E_1}{E_1+E_2}\dot{\varepsilon}+\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\varepsilon \tag{J.0.3-12}$$

衬砌施作后的蠕变方程为

$$\varepsilon(t)=\left[\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}\left(1-e^{-\frac{E_2}{\eta}t}\right)\right]\sigma_0=\sigma_0 J(t) \tag{J.0.3-13}$$

式中：$J(t)$——蠕变柔量；

σ_0——常量应力。

P78

4.3.3 本构模型

A 岩石单元

B 梁单元

“单元刚度矩阵的计算”相同。

C 杆单元

设杆单元在局部坐标系中的结点位移为$\{\overline{\delta}\}=[\overline{u_i},\overline{v_i},\overline{u_j},\overline{v_j}]^T$，对应的结点力为$\{\overline{f}\}=[\overline{X_i},\overline{Y_i},\overline{X_j},\overline{Y_j}]^T$，则有

$$\{\overline{f}\}=[\overline{k}]\{\overline{\delta}\} \tag{J.0.3-14}$$

其中$[\overline{k}]$为杆在局部坐标系下的单元刚度矩阵，并有

$$[\overline{k}]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{J.0.3-15}$$

P78

D 接触面单元

接触面采用无厚度节理单元模拟，不考虑法向和切向的耦合作用时，有增量表达式

$$\begin{Bmatrix}\Delta\tau_s\\ \Delta\sigma_n\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_s & 0\\ 0 & K_n\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta u_s\\ \Delta u_n\end{Bmatrix}=[K^e]\begin{Bmatrix}\Delta u_s\\ \Delta u_n\end{Bmatrix} \tag{J.0.3-16}$$

式中：K_s——接触面的切向刚度；

K_n——接触面的法向刚度。

接触面材料的应力-应变关系一般为非线性关系，并常处于塑性受力状态。当屈服条件采用莫尔-库伦屈服条件，并假定节理材料为理想弹塑性材料及采用关联流动法则时，对平面应变问题，可导出接触面单元剪切滑移的塑性矩阵为

$$[D_p]=\frac{1}{S_0}\begin{bmatrix}K_s^2 & K_sS_1\\ K_sS_1 & S_1^2\end{bmatrix}$$

式中：$S_0=K_s+K_n\tan^2\varphi$；

$S_1=K_n\tan\varphi$；

φ——接触面的内摩擦角。

P79

4.3.4 单元模式

A 一维单元

对两结点一维线性单元，设结点位移为$\{\delta\}=\{u_i, v_i, u_j, v_j\}$时，单元上任意点的位移为

$$u=\sum N_i u_i \tag{J.0.4-1}$$

式中 N 为插值函数，并有

$$\left.\begin{aligned} N_1&=\frac{1-\xi}{2}\\ N_2&=\frac{1+\xi}{2}\end{aligned}\right\} \tag{J.0.4-2}$$

P79

B 三角形单元

对三结点三角形单元，设结点坐标为$\{x_i, y_i, x_j, y_j, x_m, y_m\}$，结点位移$\{\delta\} = \{u_i, v_i, u_j, v_j, u_m, v_m\}$，对应的结点力$\{F\} = \{X_i, Y_i, X_j, Y_j, X_m, Y_m\}$，则当取线性位移模式时，单元内任意点的位移为

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = [N]\{\delta\} \tag{J.0.4-3}$$

式中：$[N]$——形函数矩阵，即

$$[N] = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \tag{J.0.4-4}$$

其中：$N_i = \frac{1}{2\Delta}(a_i + b_i x + c_i y)$；

$a_i = x_i y_m - x_m y_i$；

$b_i = y_j - y_m$；

$c_i = x_m - x_i$；

P80 Δ——单元面积。

C 四边形单元

采用四结点等参单元，并设结点位移为$\{\delta\}=\{u_1,v_1,u_2,v_2,u_3,v_3,u_4,v_4\}^T$时，位移模式可由双线性插值函数给出，形式为

$$\left.\begin{aligned}u&=N_1u_1+N_2u_2+N_3u_3+N_4u_4\\v&=N_1v_1+N_2v_2+N_3v_3+N_4v_4\end{aligned}\right\}\tag{J.0.4-5}$$

式中N为插值函数，即

$$\left.\begin{aligned}N_1&=\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)\\N_2&=\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)\\N_3&=\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)\\N_4&=\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)\end{aligned}\right\}\tag{J.0.4-6}$$

P80

4.3.5 施工过程的模拟

A 一般表达式

开挖过程的模拟一般通过在开挖边界上施加释放荷载实现。将一个相对完整的施工阶段称为施工步，并设每个施工步包含若干增量步，则与该施工步相应的开挖释放荷载可在所包含的增量步中逐步释放，以便较真实地模拟施工过程。具体计算中，每个增量步的荷载释放量可由释放系数控制。对各施工阶段的状态，有限元分析的表达式为

$$[K]_i\{\Delta\delta\}_i = \{\Delta F_r\}_i + \{\Delta F_g\}_i + \{\Delta F_p\}_i \quad (i = 1, L) \tag{J.0.5-1}$$

$$[K]_i = [K]_0 + \sum_{\lambda=1}^{i}[\Delta K]_\lambda \quad (i \geqslant 1) \tag{J.0.5-2}$$

式中：L——施工步总数；

$[K]_i$——第 i 施工步岩土体和结构的总刚度矩阵；

$[K]_0$——岩土体和结构(施工开始前存在)的初始总刚度矩阵；

P81

B 开挖工序的模拟

开挖效应可通过在开挖边界上设置释放荷载，并将其转化为等效结点力模拟。表达式为

$$[K-\Delta K]\{\Delta\delta\}=\{\Delta P\} \qquad (J.0.5\text{-}5)$$

式中：$[K]$——开挖前系统的刚度矩阵；

$[\Delta K]$——开挖工序中挖除部分的[illegible]

$[\Delta P]$——为开挖释放荷载的等效结点力。

开挖释放荷载可采用单元应力法或 Mana 法计算，具体方法见附录 D。

P81

C 填筑工序的模拟

填筑效应包含两个部分，即整体刚度的改变和新增单元自重荷载的增加，其计算表达式为

$$[K+\Delta K]\{\Delta\delta\}=\{\Delta F_g\} \qquad \text{(J.0.5-6)}$$

式中：K——填筑前系统的刚度矩阵；

ΔK——新增实体单元的刚度；

$\{\Delta F_g\}$——新增实体单元自重的等效结点荷载。

P82

D 结构的施作与拆除

结构施作的效应体现为整体刚度的增加及新增结构的自重对系统的影响，其计算式为

$$[K + \Delta K]\{\Delta\delta\} = \{\Delta F_g^s\} \tag{J.0.5-7}$$

式中：K——结构施作前系统的刚度矩阵；

ΔK——新增结构的刚度；

$\{\Delta F_g^s\}$——施作结构自重的等效结点荷载。

结构拆除的效应包含整体刚度的减小和支撑内力释放的影响，其中支撑内力的释放可通过施加一反向内力实现，其计算表达式为

$$[K - \Delta K]\{\Delta\delta\} = -\{\Delta F\} \tag{J.0.5-8}$$

式中：K——结构施作前系统的刚度矩阵；

ΔK——拆除结构的刚度；

$\{\Delta F\}$——拆除结构内力的等效结点力。

P82

E 增量荷载的施加

在施工过程中施加的外荷载，可在相应的增量步中用施加增量荷载表示，其计算式为

$$[K]\{\Delta\delta\} = \{\Delta F\} \qquad (J.0.5\text{-}9)$$

式中：K——增量荷载施加前系统的刚度矩阵；

$\{\Delta F\}$——施加的增量荷载的等效结点力。

P82

4.3 地层—结构法

4.3.1 设计原理

4.3.2 计算初始地应力

4.3.3 本构模型

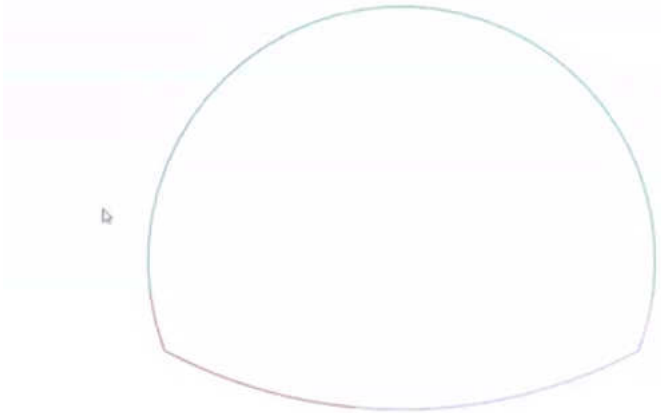
4.3.4 单元模式

4.3.5 施工过程的模拟

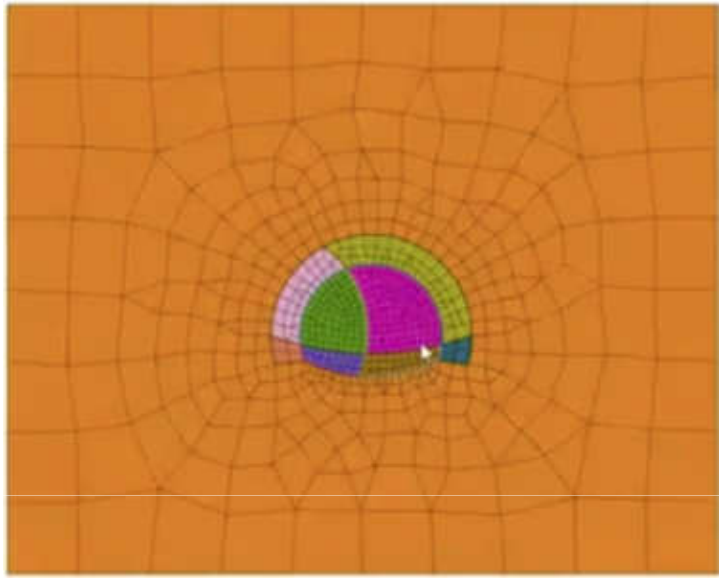
[1] 有限单元法及程序设计
D.R.J.欧文
Finite_Element_Programming
D.R.J. *Owen*, E.Hinton

[2] 陈慧远.土石坝有限元分析[M].
南京:河海大学出版社,1998

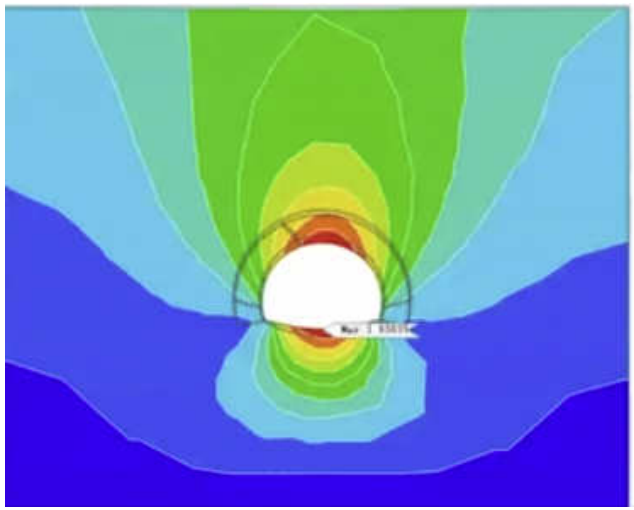
迈达斯GTS地层结构法隧道模型



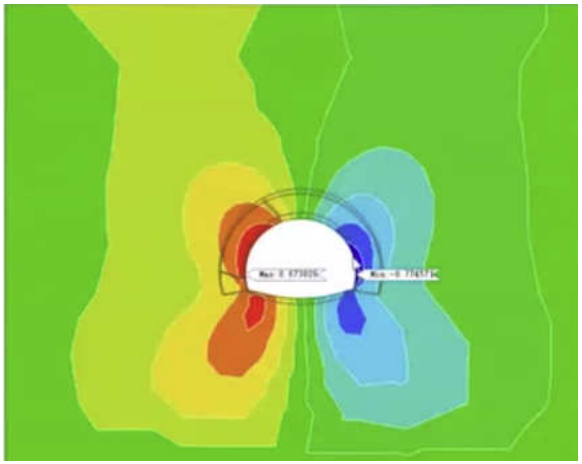
轴力N



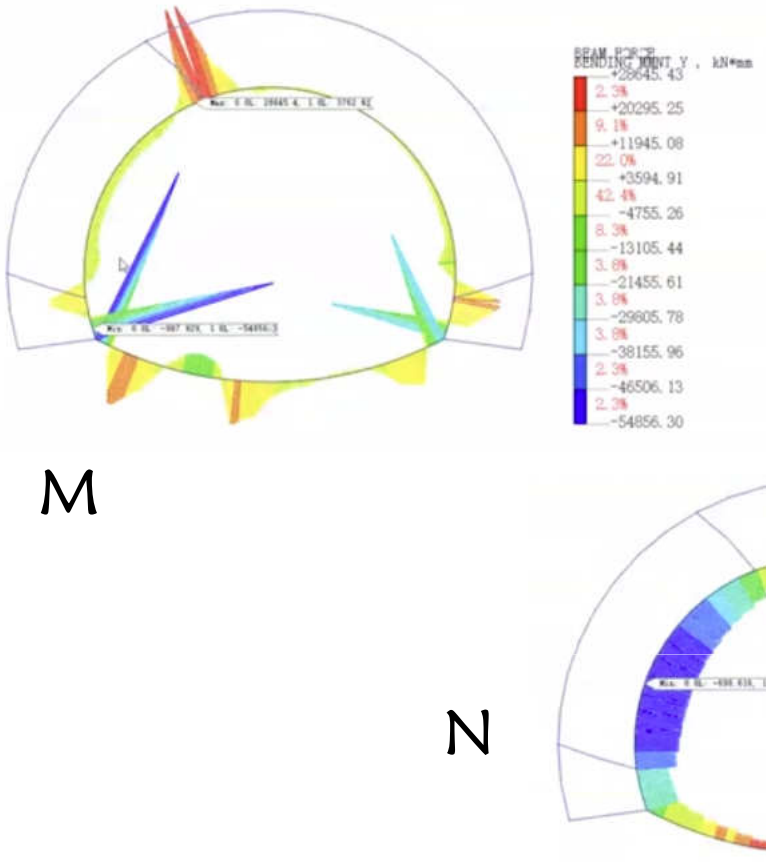
网格剖分



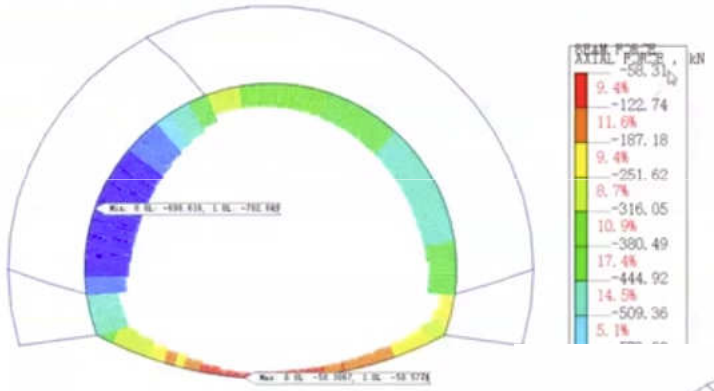
Y方向位移



X方向位移

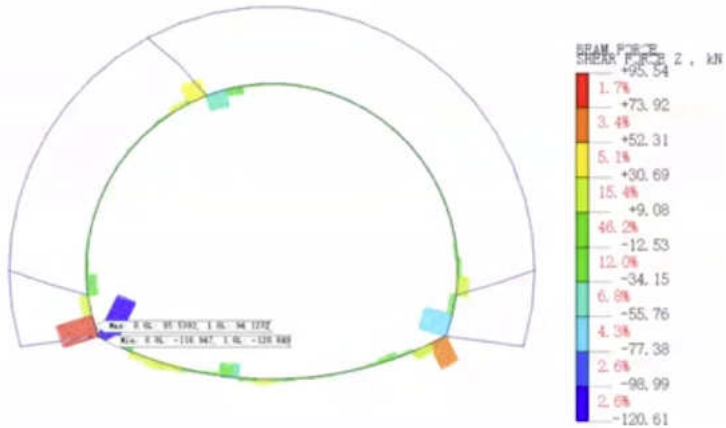

BEAM FORCE
BENDING MOMENT Y , kN*mm
+28645.43
2.3%
+20295.25
9.1%
+11945.08
22.0%
+3594.91
42.4%
-4755.26
8.3%
-13105.44
3.8%
-21455.61
3.8%
-29805.78
3.8%
-38155.96
2.3%
-46506.13
2.3%
-54856.30

M



N

AXIAL FORCE , kN
-58.31
9.4%
-122.74
11.6%
-187.18
9.4%
-251.62
8.7%
-316.05
10.9%
-380.49
17.4%
-444.92
14.5%
-509.36
5.1%


BEAM FORCE
SHEAR FORCE Z , kN
+95.54
1.7%
+73.92
3.4%
+52.31
5.1%
+30.69
15.4%
+9.08
46.2%
-12.53
12.0%
-34.15
6.8%
-55.76
4.3%
-77.38
2.6%
-98.99
2.6%
-120.61

Q

Finite element mesh

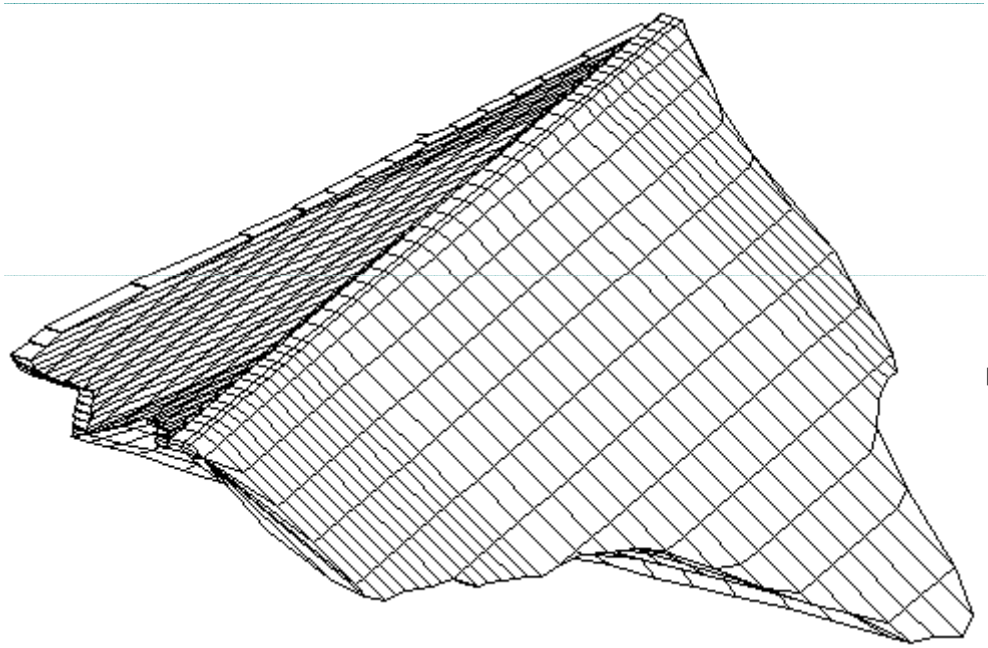


Fig. 4-1 The three-dimensional finite element discretization of Hongjiadu dam

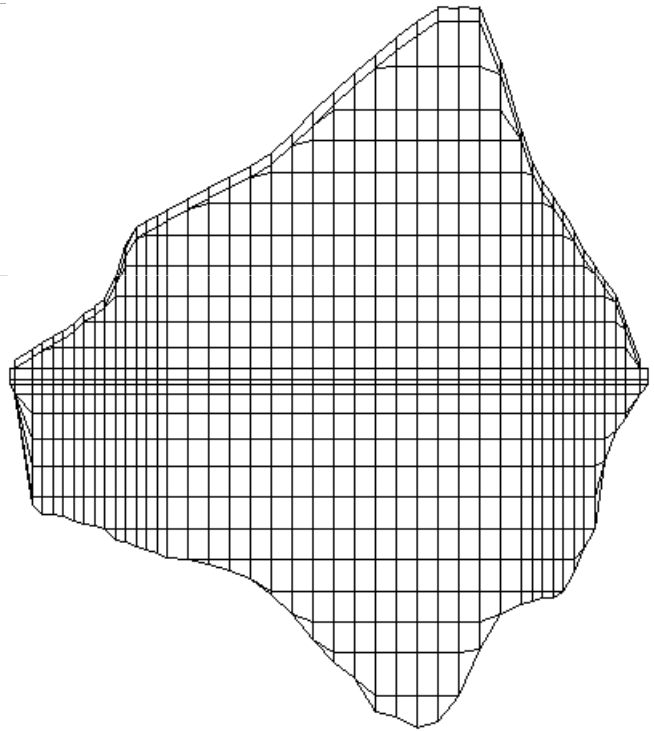


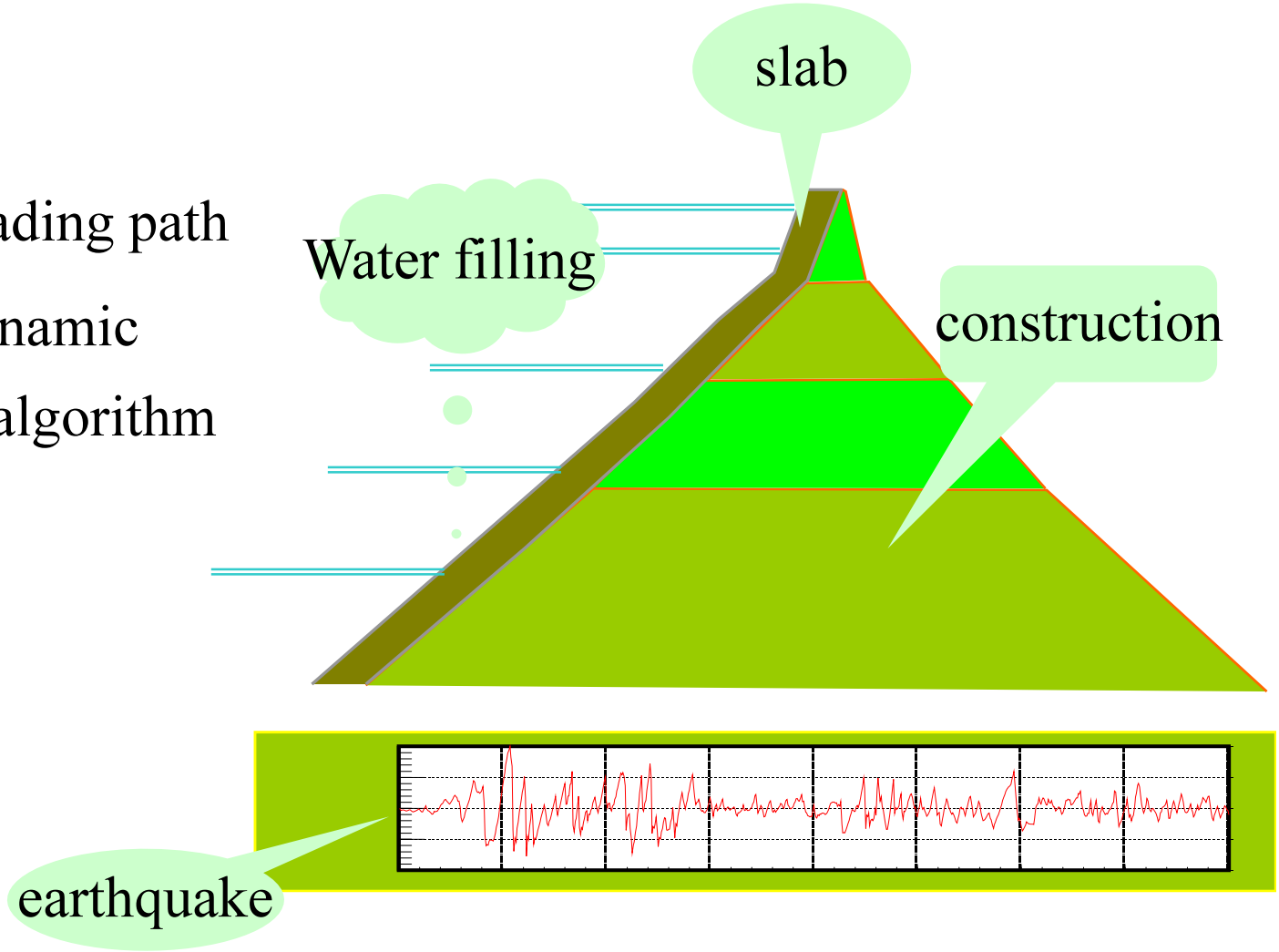
Fig. 4-2 The plan-view of finite element discretization of Hongjiadu dam

Hypoplasticity Bounding Surface model of rockfill materials and static-dynamic incrementally-iterative algorithm for CFRD

Complex loading path

static dynamic

Model and algorithm



The end

文件名格式：班级 学号 姓名 简略实验名称

邮件标题同文件名

Any questions please 发送至

xingzhengwu@163.com

http://xingzhengwu.com/