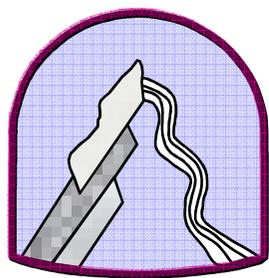


《高等土力学》之五

土的压缩与固结



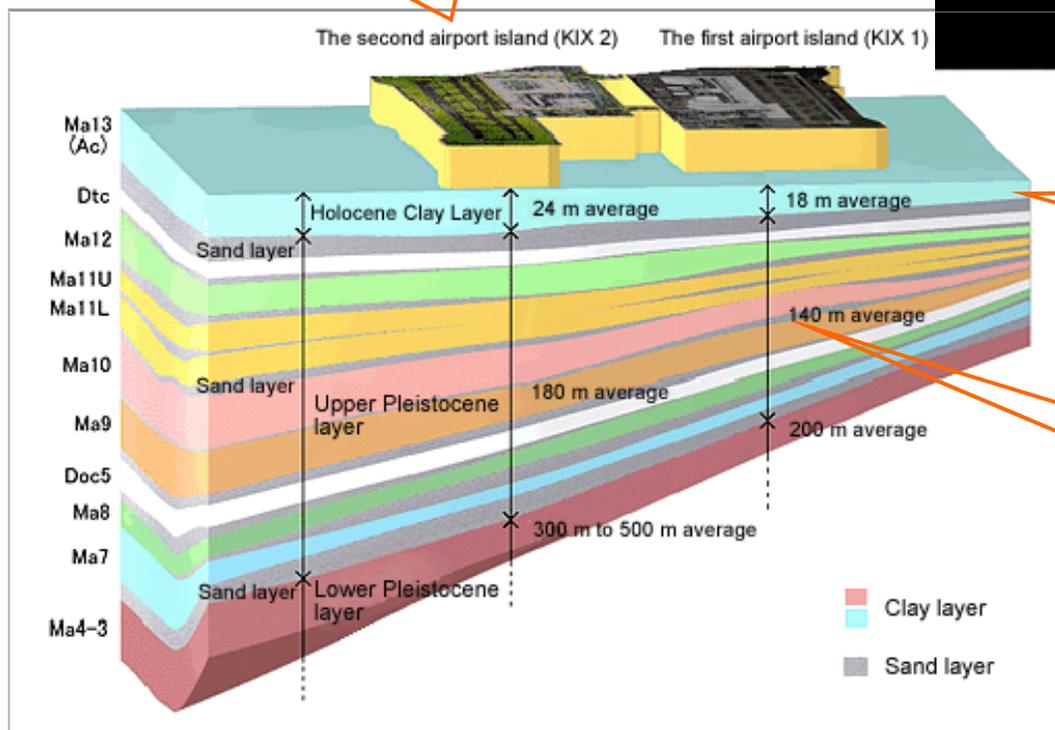
高等土力学

第5章 土的压缩与固结

关西国际机场

世界最大人工岛

2007年8月
第二条跑道运营



冲积层
预设排水砂桩

洪积层
未作处理

关西国际机场

世界最大人工岛

1986年：开工

1990年：人工岛完成

1994年：机场运营

面积：4370m × 1250m

填筑量：180 × 10⁶m³

平均厚度：33m

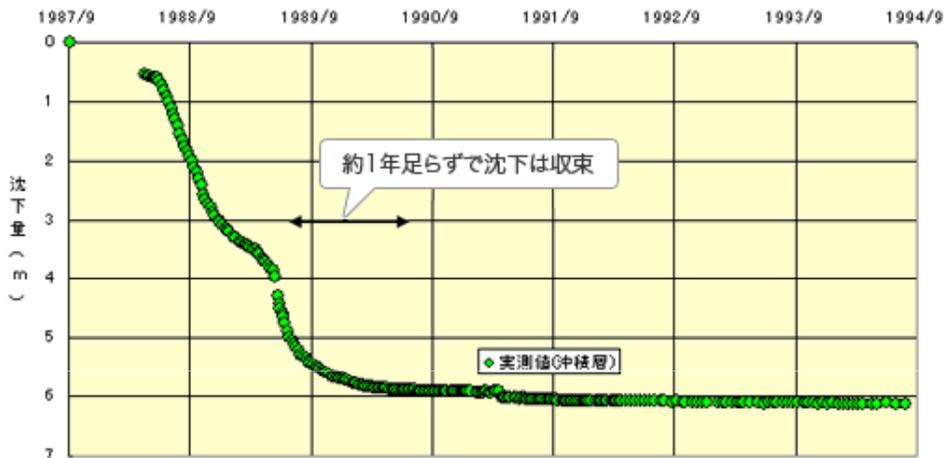
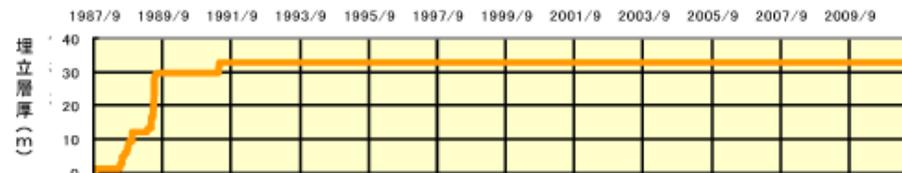
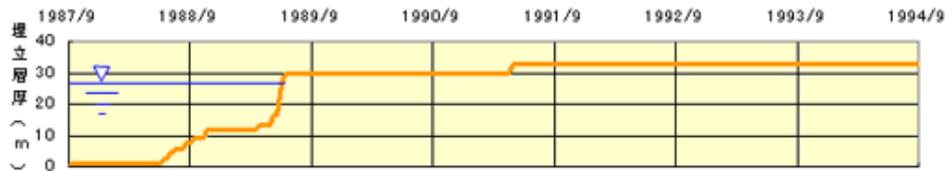
地基：多层厚粘土



问题：沉降大且有
不均匀沉降

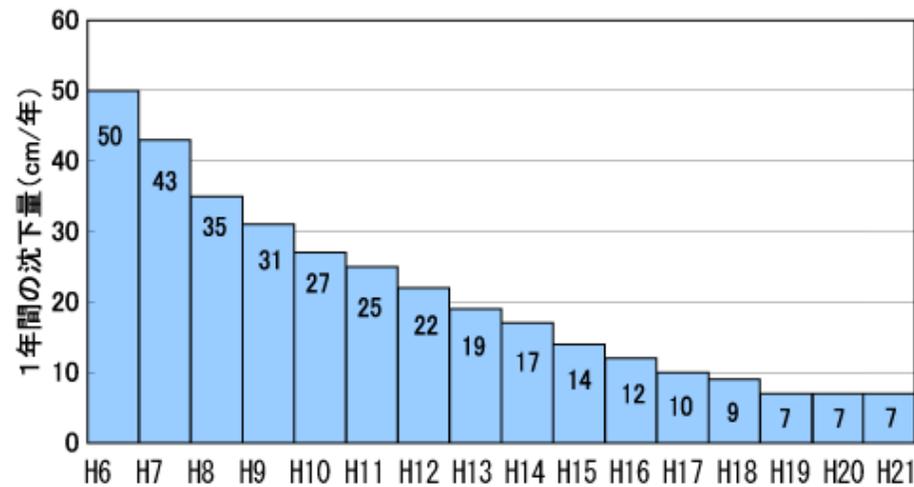
设计时预测沉降：5.7-7.5 m
完成时实际沉降：8.1m, 5cm/月
(1990年)

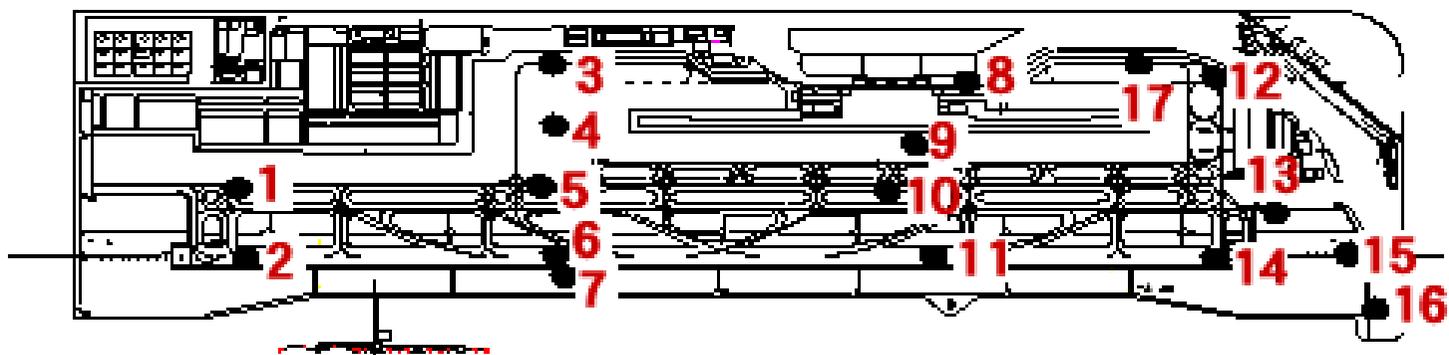
预测主固结完成：20年后
比设计超填：3m



冲积层
预设排水砂桩

洪积层
未作处理





日期	测点及沉降值 (m)												
	1	2	3	5	7	8	10	11	12	15	16	17	平均
00-12	10.6	9.7	12.8	11.7	10.6	13.0	11.6	10.3	12.7	12.5	9.0	14.1	11.68
01-12	10.8	9.9	13.0	11.9	10.7	13.2	11.8	10.5	12.9	12.7	9.1	14.3	11.87
06-12	11.5	10.5	13.7	12.5	11.1	13.8	12.4	11.0	13.6	13.3	9.5	15.0	12.49
08-12	11.7	10.7	13.9	12.7	11.2	13.9	12.5	11.1	13.7	13.5	9.6	15.1	12.63
09-12	11.8	10.8	14.0	12.7	11.3	14.0	12.6	11.1	13.8	13.6	9.6	15.2	12.71

新京报2011年4月9日报道 最近，深圳填海区地面下沉，裂缝赫然蜿蜒在广场上和一些楼盘底部。深圳以牺牲生态环境为代价的大规模填海造地，填海区内不少土地被用于发展房地产，造商品房、豪宅。专家指出，深圳向海洋要房地产，暴露出地方政府“唯GDP”论和“土地财政”思维，与建设世界一流城市目标背道而驰。

近日，记者在深圳填海区看到，一些楼盘地面发生沉降，严重之处，地面和台阶之间撕裂形成的缝隙，足以塞进一个拳头，“局部看上去，有点像美国灾难片中的场景。”深圳市民徐燕说。



- z 5.1 概述
- z 5.2 土的压缩与地基的沉降
- z 5.3 地基沉降的计算方法
- z 5.4 单向固结的普遍方程及一般问题
- z 5.5 土的三维固结理论
- z 5.6 关于土体固结的其它问题简介

5.1 概述

5.1.1 压缩、沉降与固结

5.1.2 研究历史与发展

5.1.3 土中水的变化与土的压缩

5.1 概述

5.1.1 压缩、沉降与固结

压缩：平均应力 p 增加，使土的体积减少（体缩、收缩）

沉降：地基竖直向下的位移，主要是由于压缩引起的，也可能由于剪缩、形变、湿陷、融陷等

固结：土体完成压缩变形要经历一段时间过程。对于饱和土，荷载增加→引起（超静）孔隙水压力增加→部分孔隙水从土体中排出→土中孔隙水压力相应地转为土粒间的有效应力→土体逐渐压缩（反之，负孔压及应力解除引起膨胀），直至变形趋于稳定。这一变形的全过程称为固结。

5.1 概述

5.1.2 研究历史与发展—压缩与沉降计算

1. 单向压缩变形—分层总和法
2. 考虑三向变形的沉降计算
3. 考虑土的应力历史、应力路径等因素的沉降计算
4. 非线性弹性模型、弹塑性模型的有限单元法计算及其它数值计算方法

5.1 概述

5.1.2 研究历史与发展—固结分析

1. 太沙基的饱和土体一维固结理论：假设；
2. 太沙基(Terzaghi)与伦杜立克(Rendulic)的拟三维固结方程，其中假设了固结过程中总应力（正应力之和）为常量；
3. 比奥(Biot)考虑了材料三向变形与孔隙压力的相互作用，导出比较完善的三向固结方程；
4. 比奥固结理论与各种本构模型的耦合；
5. 非饱和土的固结问题；
6. 非饱和土的流固耦合的渗流固结问题。

5.2 土的压缩与地基的沉降

5.2.1 土中水的变化与土的压缩

5.2.2 单向压缩试验的各种参数

5.2.3 影响土的压缩性的因素

5.2.4 引起地基沉降的原因

5.2.5 沉降的分类： 瞬时沉降、固结沉降
和次固结沉降

5.2 土的压缩与地基的沉降

5.2.1 土的压缩 1 土体变形机理分析

土体压缩一般是孔隙中流体体积变化的结果。

$$w = \frac{S_r \gamma_w e}{\gamma_{w0} G_s} = \frac{S_r \gamma_w e}{\gamma_s} \quad W_w: \text{土中水重}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_w}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} (w \cdot W_s) = W_s \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_r \gamma_w e}{\gamma_s} \right) \\ &= W_s \left[e \gamma_w \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r \gamma_w \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial e}{\partial t} + S_r e \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial \gamma_w}{\partial t} - S_r e \gamma_w \frac{1}{\gamma_s^2} \frac{\partial \gamma_s}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad \text{式5-3}$$

5.2 土的压缩与地基的沉降

土中水重量的几种变化

$$\frac{\partial W_w}{\partial t} = W_s \left[\overset{\textcircled{1}}{e\gamma_w \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial S_r}{\partial t}} + \overset{\textcircled{2}}{S_r \gamma_w \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial e}{\partial t}} + \overset{\textcircled{3}}{S_r e \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial \gamma_w}{\partial t}} - \overset{\textcircled{4}}{S_r e \gamma_w \frac{1}{\gamma_s^2} \frac{\partial \gamma_s}{\partial t}} \right]$$

- ① 饱和度变化;
- ② 孔隙比变化;
- ③ 水容重变化;
- ④ 土粒容重变化。

后二者微不足道。

5.2 土的压缩与地基的沉降

$$\frac{\partial W_w}{\partial t} = W_s \left[e\gamma_w \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r\gamma_w \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial e}{\partial t} + S_r e \frac{1}{\gamma_s} \frac{\partial \gamma_w}{\partial t} - S_r e \gamma_w \frac{1}{\gamma_s^2} \frac{\partial \gamma_s}{\partial t} \right]$$

土中水总重量的几种变化组合：

- (1) e 与 S_r 均为常量：稳定渗流。
- (2) S_r 为常量（=1）， e 变化：饱和土体的渗流固结问题。
- (3) e 为常量， S_r 变化：非饱和土体积恒定时的减湿（ S_r 减小）或增湿（ S_r 增大）。
- (4) e 与 S_r 均变化：非饱和土的压缩与膨胀问题。

5.2 土的压缩与地基的沉降

5.2.1 土的压缩 2 土体压缩的一般规律

单向压缩试验的各种参数

压缩系数: a_v

体积压缩系数: m_v

侧限压缩模量: E_s

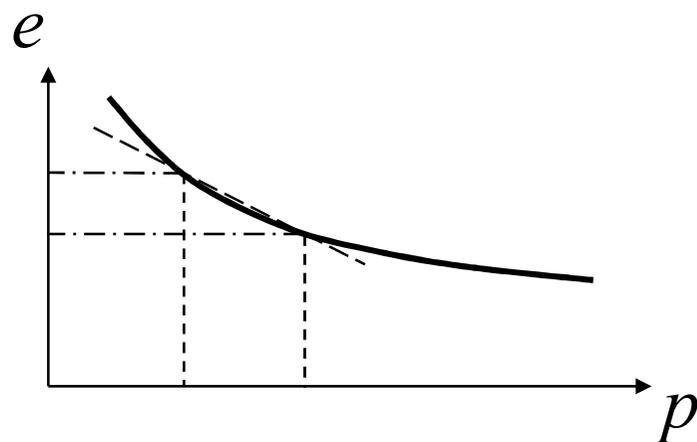
压缩指数: C_c

回弹（再压缩）指数: C_e

次压缩系数: C_α

5.2 土的压缩与地基的沉降

单向压缩试验的各种参数



$$\varepsilon_v = \frac{\Delta e}{1 + e_1}$$

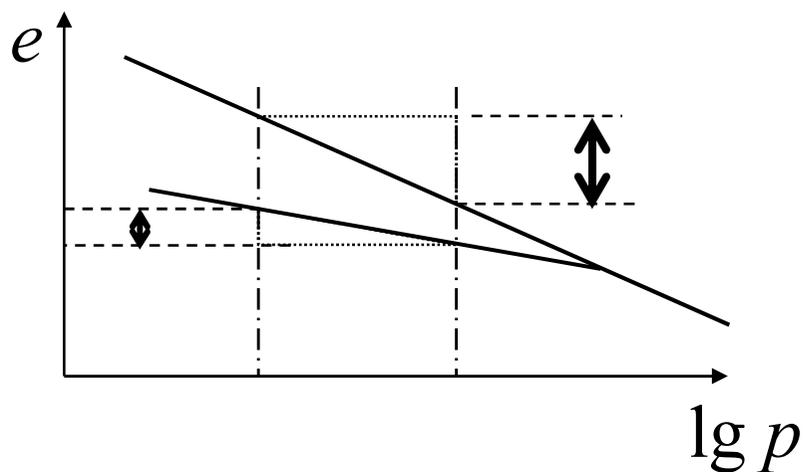
$$m_v = \frac{\varepsilon_v}{\Delta p} = \frac{\varepsilon_z}{\Delta p} = -\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{a_v}{1 + e_1}$$

$$E_s = \frac{\Delta p}{\varepsilon_z} = \frac{1}{m_v} = \frac{1 + e_1}{a_v}$$

图5-1 压缩系数与压缩模量

5.2 土的压缩与地基的沉降

单向压缩试验的各种参数



$$C_e = \frac{e_1 - e_2}{\lg\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{-\Delta e}{\Delta(\lg p)}$$

$$C_c = \frac{e_1 - e_2}{\lg\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{-\Delta e}{\Delta(\lg p)}$$

图5-2 压缩指数与回弹指数

5.2 土的压缩与地基的沉降

次压缩系数 C_α

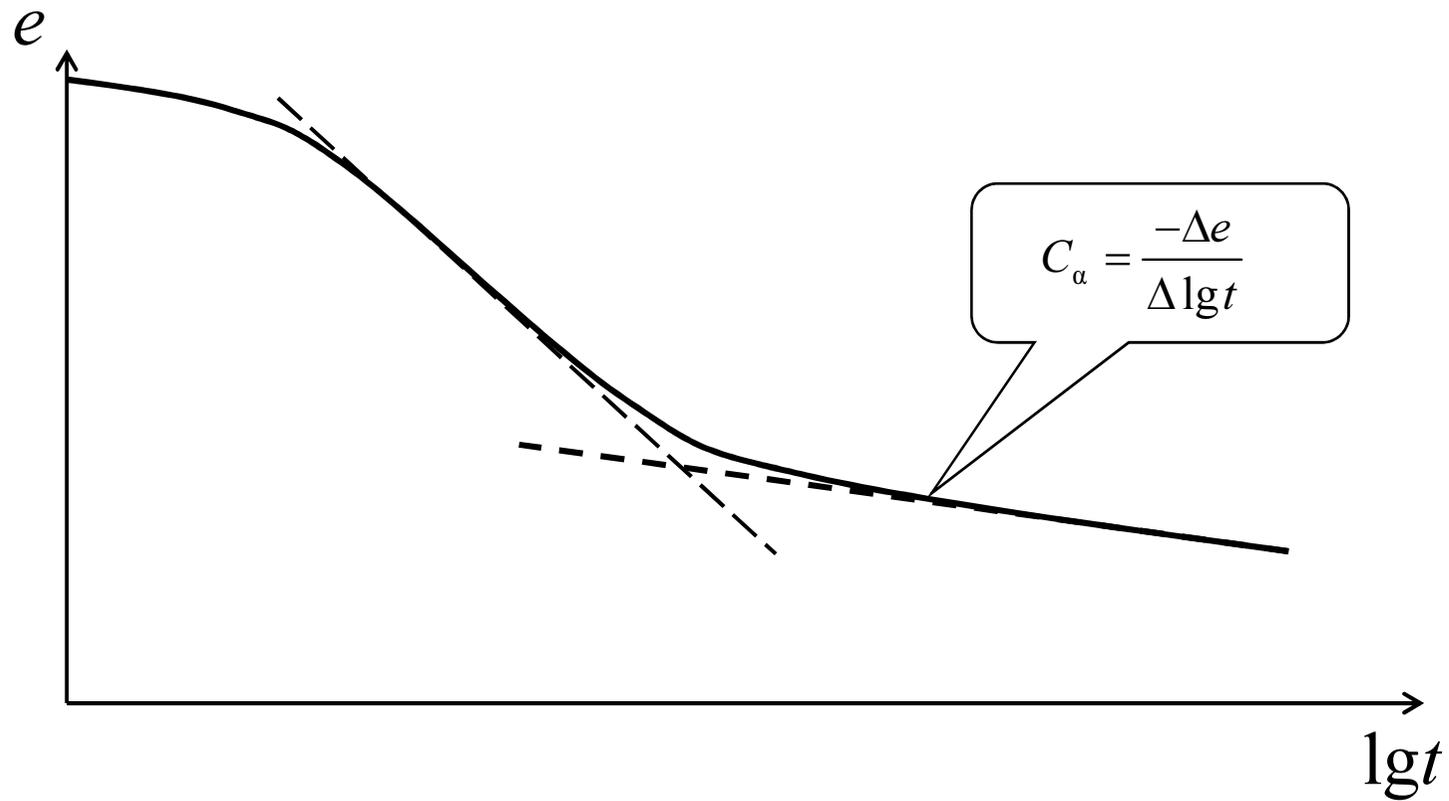


图5-3 次压缩系数

5.2 土的压缩与地基的沉降

5.2.2 影响土压缩性的主要因素

1. 土体本身性状

1) 土粒粒度、矿物成分和土体结构

粗粒土

- ❖ 在压力作用下，土粒发生滑动与滚动，位移到比较密实、更稳定的位置。
- ❖ 如果压力较大，可能部分土粒被压碎，增加压缩量。
- ❖ 粗粒土的压缩一般比细粒土的要小，但在高压时也能达到相当的量级。

细粒土

- ❖ 颗粒间的水膜被挤薄，土粒间发生相对滑移达到较密实状态；扁平薄土粒具有弹性，在压力下产生挠曲变形。
- ❖ 具分散结构的粘性土：直接原因主要由于颗粒间的孔隙水被挤出。
- ❖ 具凝聚结构的粘性土：直接原因主要由于结构破坏和土粒发生弹性挠曲。

5.2 土的压缩与地基的沉降

2) 有机质

- (1) 泥炭（有机质含量大于60%）；泥炭质土（有机质含量10%~60%）；（生活）垃圾土。
- (2) 与龄期、降解有关。
- (3) 含水率很高（ $w=100\% \sim 900\%$ ）。
- (4) 孔隙比大（ $e=1.0 \sim 5.0$ ）。
- (5) 比重 G_s 低。
- (6) 液、塑限大。
- (7) 渗透系数比较大： $k=10^{-3} \sim 10^{-5} \text{cm/s}$ 。
- (8) 水平渗透系数为垂直向的1.5~3倍。
- (9) 压缩性极高，但固结较快。

5.2 土的压缩与地基的沉降

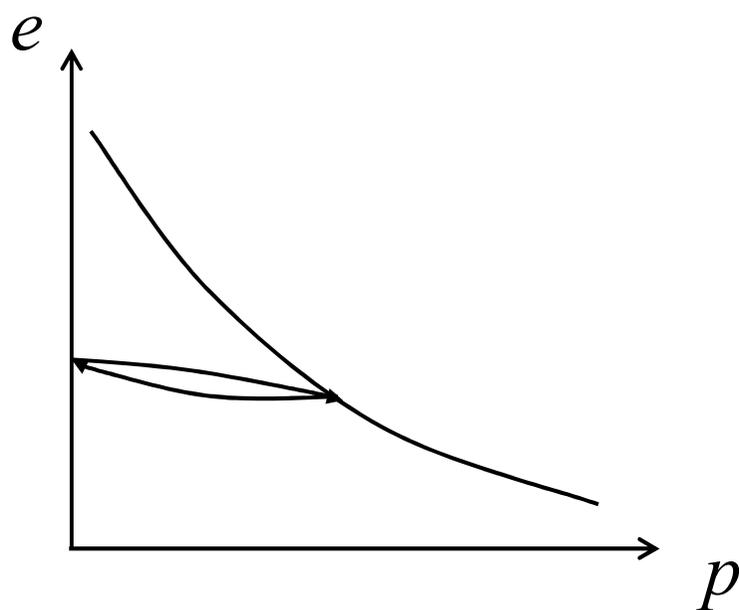
3) 孔隙水

- ◆ 表现为水中阳离子对粘土表面性质（包括水膜厚度）的影响。如：孔隙水中阳离子浓度高、价数高，结合水膜薄，压缩性变小。
- ◆ 如果土中含有膨胀性粘土矿物，当孔隙水中的阳离子性质和浓度变化、使粘结水膜厚度减薄时，土的膨胀性与膨胀压力均将减小；反之亦然。

5.2 土的压缩与地基的沉降

2. 环境因素

1) 应力历史固结



2) 温度

- ❖ 对主固结有一定影响。
- ❖ 对于含有机质的土影响大。
- ❖ 对于次固结（蠕变）影响更大。

5.2 土的压缩与地基的沉降

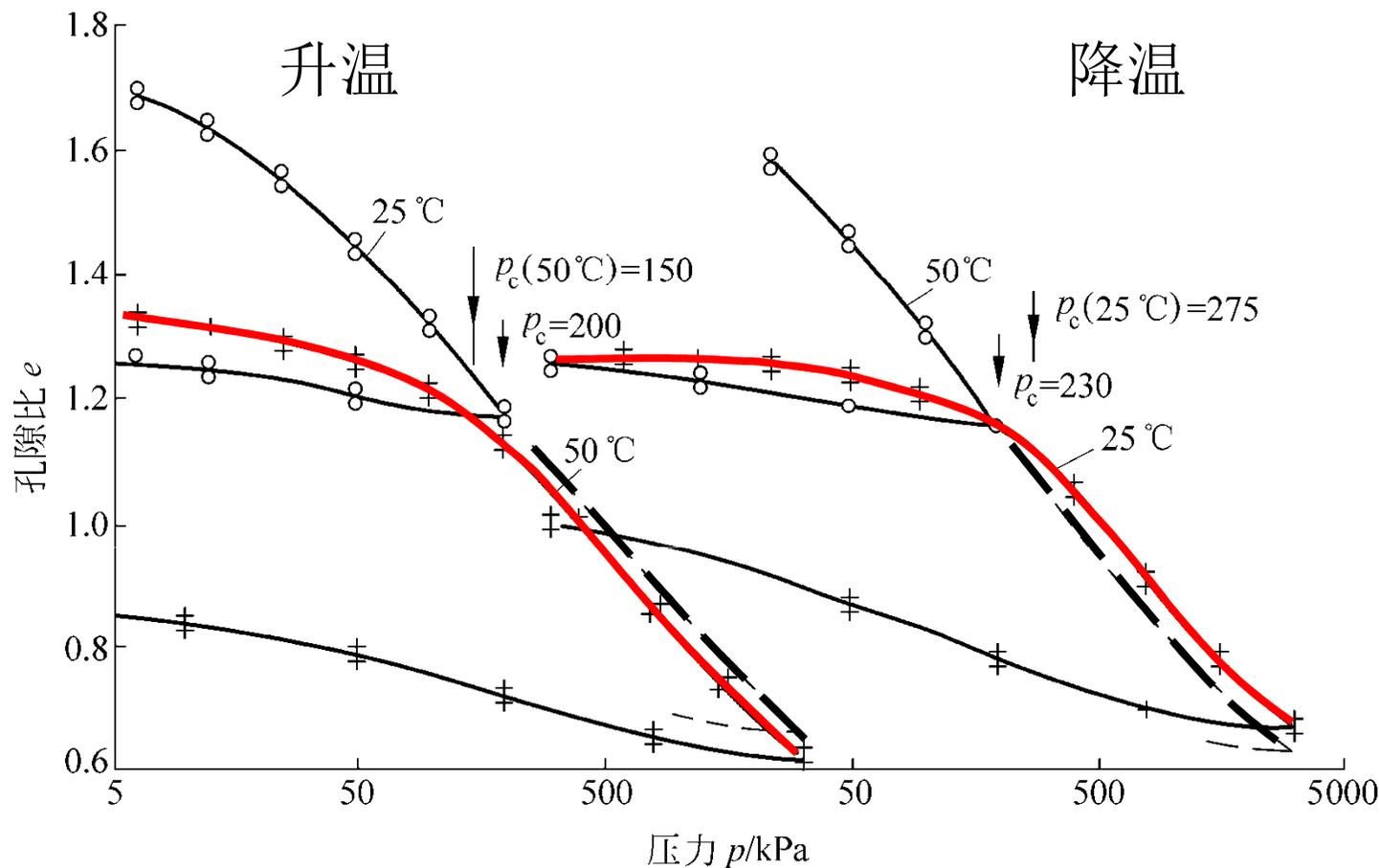


图5-5 固结中的升温与降温

升温后压缩曲线下移，表观 p_c 减小；反之，则曲线上移。

（温度提高，水的黏性减小，易于压缩）

5.2 土的压缩与地基的沉降

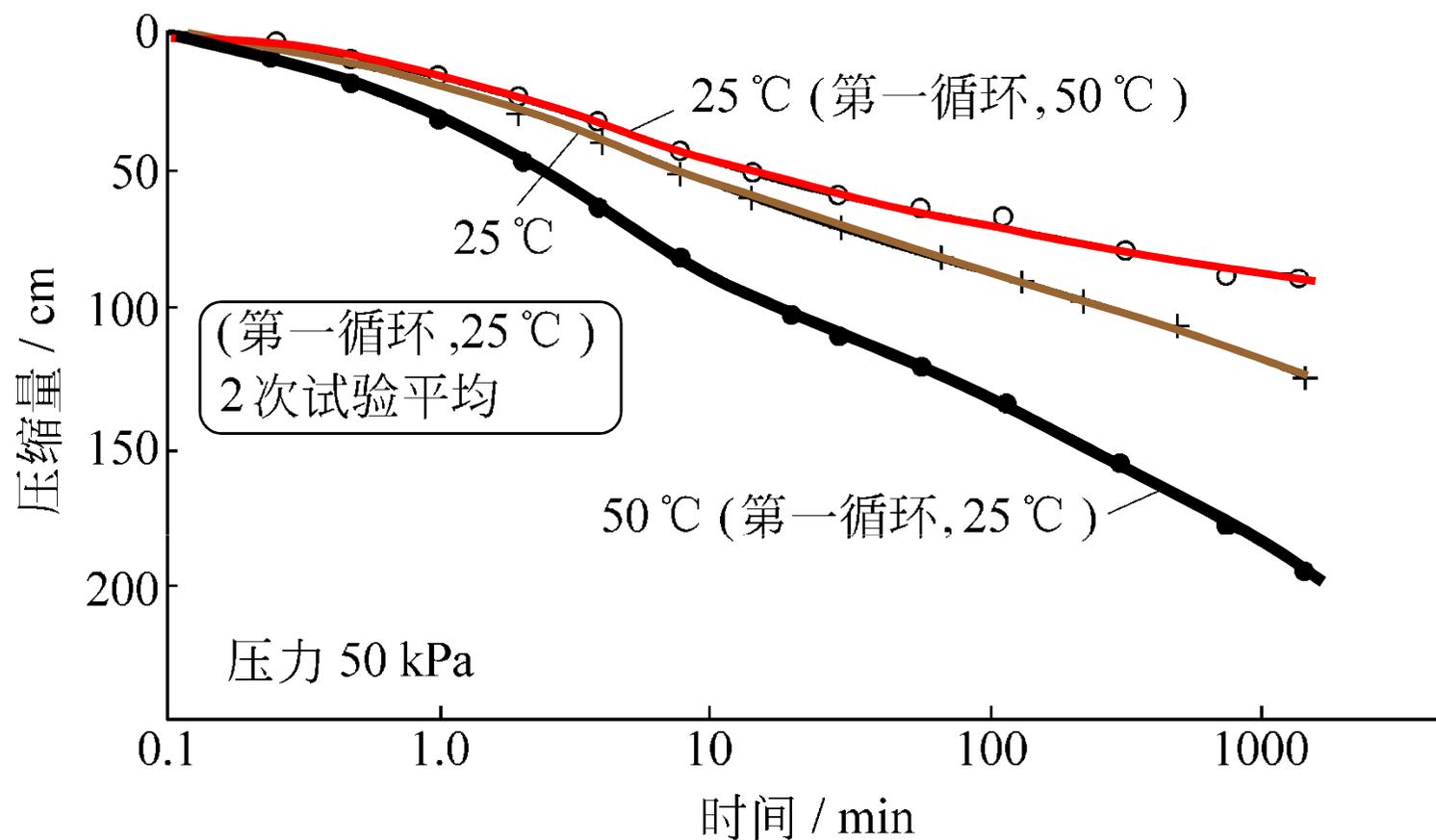


图5-6 超固结有机土的固结曲线

不同温度超固结有机质粘土的典型固结曲线温度对压缩（含次固结和蠕变）曲线的影响

5.2 土的压缩与地基的沉降

5.2.3 沉降产生的原因和类型

1. 引起地基沉降的可能原因

- (1) 建筑物荷重
- (2) 环境荷载
- (3) 其它环境原因

5.2 土的压缩与地基的沉降

(1) 建筑物荷重

土体形变：瞬时完成

压缩或者剪缩：土体固结时
孔隙比（或者体积）发生变化：
随时间而发展（固结）

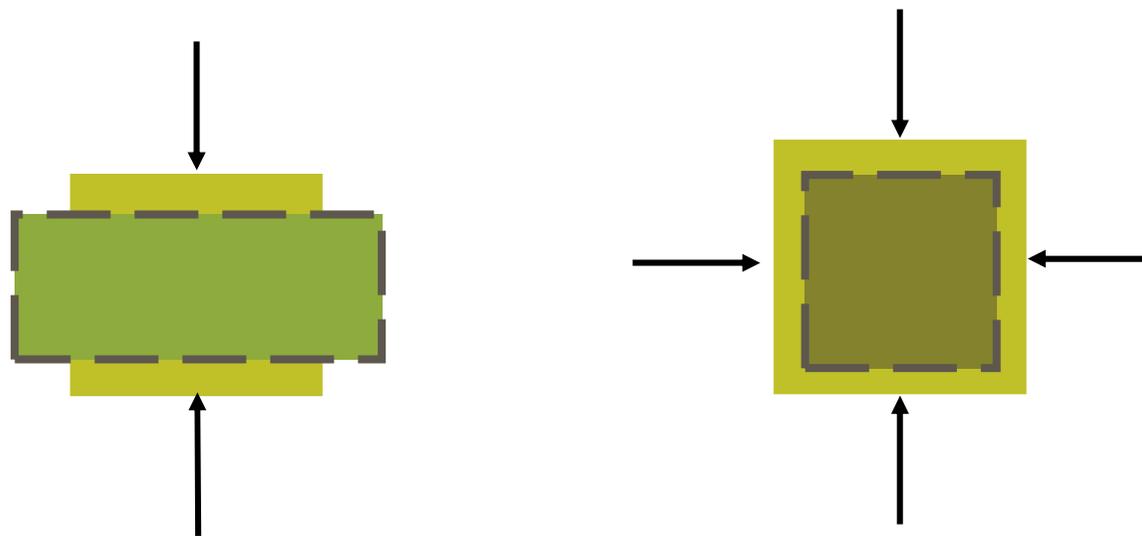


图5-7 形变与体变

5.2 土的压缩与地基的沉降

(2) 环境荷载

土体干缩：取决于土体失水后的性质。
易形成硬壳层。

地下水位下降：土层有效应力（重量）增大，沉降随时间而发展：一些城市地面下沉。

(3) 其它环境原因

- (1) 振动引起土粒重排列，甚至液化、震陷：视振动性质与土的密度、含水量而异。
- (2) 土体浸水湿陷或软化，结构破坏丧失粘聚力或矿物软化。
- (3) 膨胀土遇水膨胀；失水收缩。
- (4) 地下洞穴（土洞）及冲刷：不规则、有可能很严重。
- (5) 化学或生物化学腐蚀。
- (6) 矿井（采空区）、地下管道垮塌、基坑开挖：可能很严重。
- (7) 整体剪切、形变—蠕变、滑坡，不规则。
- (8) 冻融变形：随土的湿度与温度而变，不规则。

广东梅州出现400平米地陷 据称深度超90米(图)

2010年04月27日04:10 大洋网-广州日报

4月23日凌晨2时左右，梅江区长寿水泥有限公司厂区变压器附近发生地陷，地陷口面积大约10m²左右，6根高约4.5米的高压电线杆沉入地底不见了踪影，高压线被扯断导致供电中断。随后，地陷口逐渐扩大，至26日下午扩大到了400m²左右才开始趋于稳定。



矿区乡政府6层宿舍楼体下沉倾斜(组图)

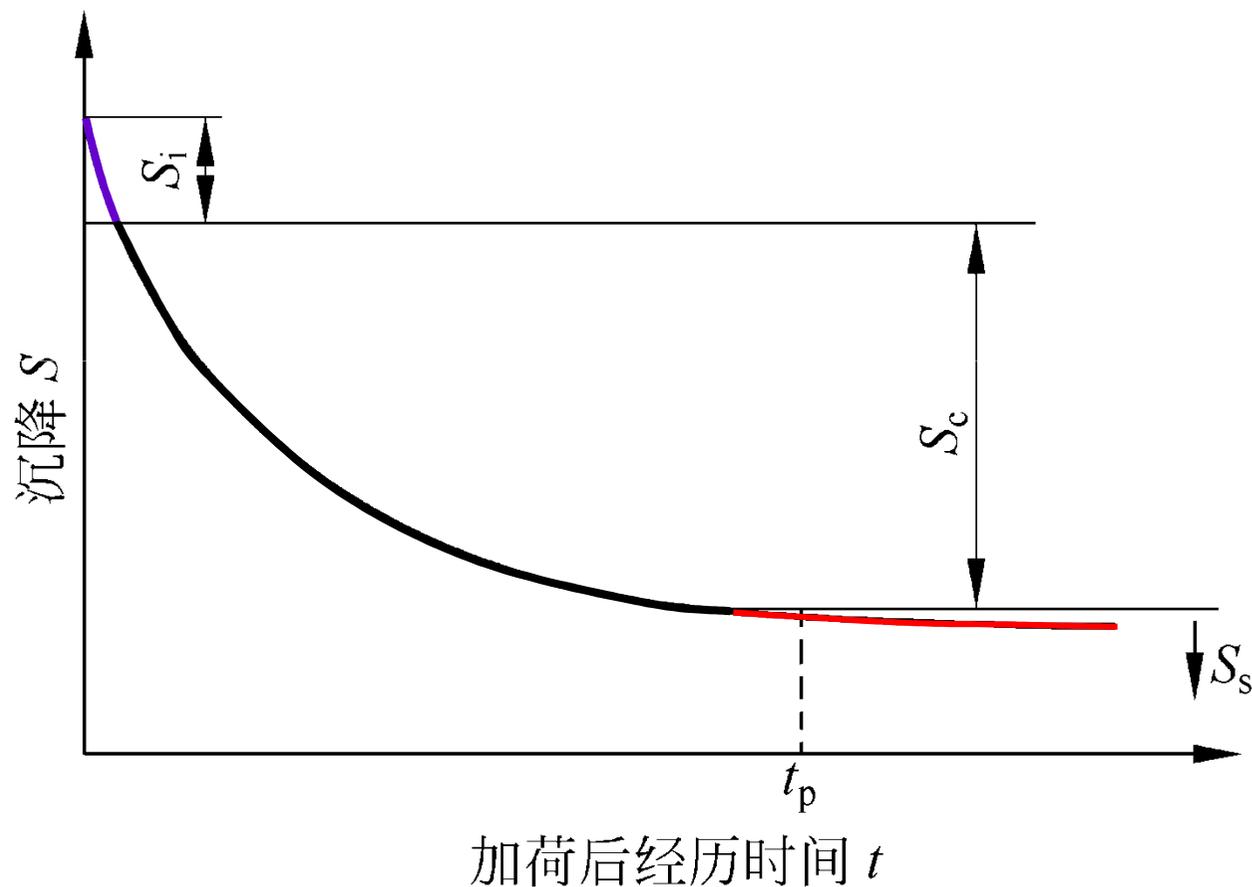
2010年04月27日6时，井陘矿区横涧乡一座6层乡政府宿舍楼居民遭遇惊魂瞬间：楼体突然下沉，楼前地面突现深坑，直径在两米以上，深约3米。整座楼朝东北方倾斜，周围地面出现了数道裂痕。



5.2 土的压缩与地基的沉降

5.2.3 沉降产生的原因和类型

2 沉降的分类：瞬时沉降、固结沉降和次固结沉降



5.2 土的压缩与地基的沉降

(1) 瞬时沉降 S_i 的确定

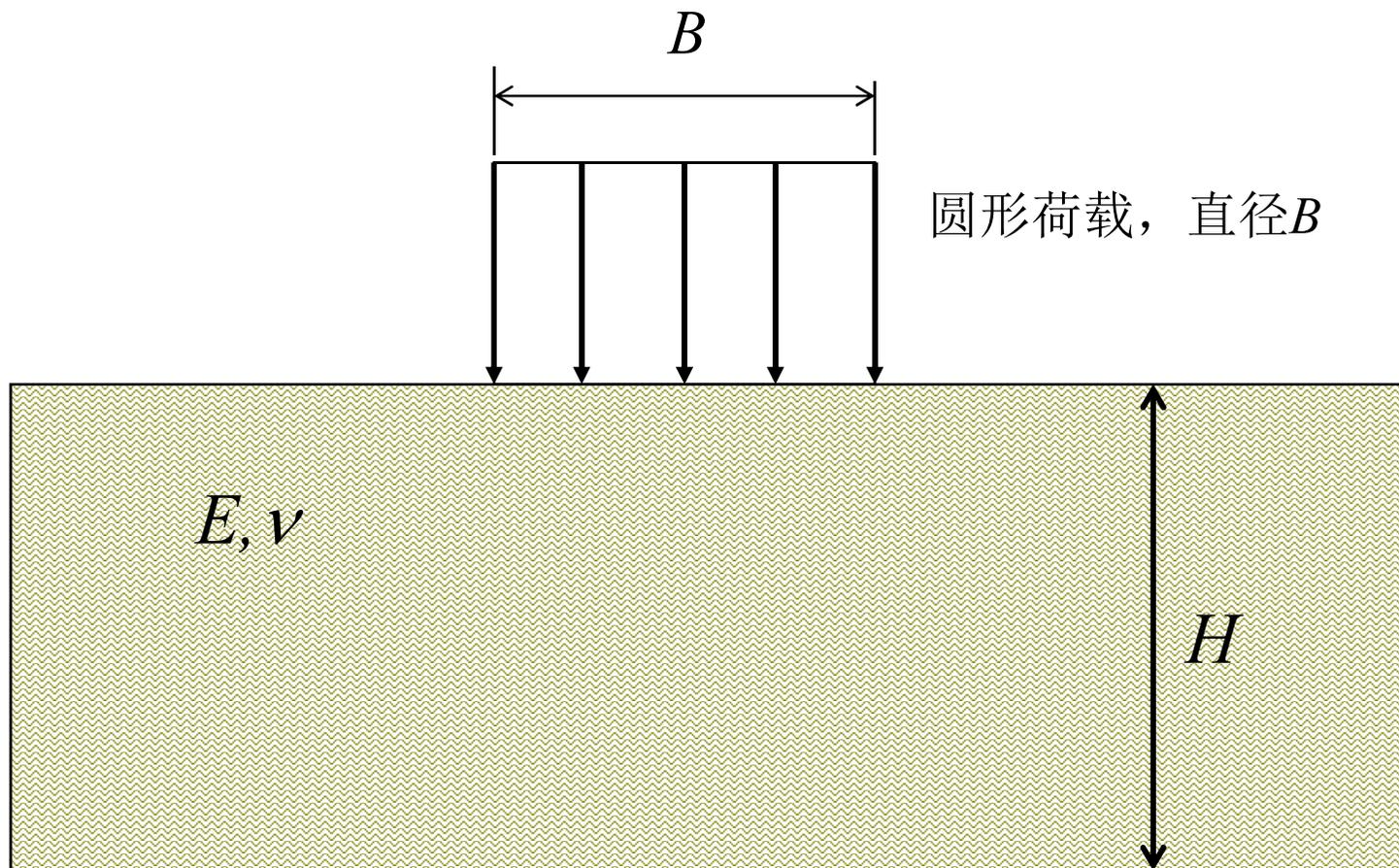


图5-9 地基上的局部荷载

5.2 土的压缩与地基的沉降

发生在加荷的瞬时：对于砂土，即是全部沉降；对于饱和粘土，即为不排水条件下土体形变引起的沉降（无体积变化）。

(1) 与 $H/(B/2)$ 有关——一维压缩的假设条件：

$H/(B/2)=0$ ；

(2) 与泊松比 ν' 有关， $\nu'=0.5$ ，全部为瞬时沉降。

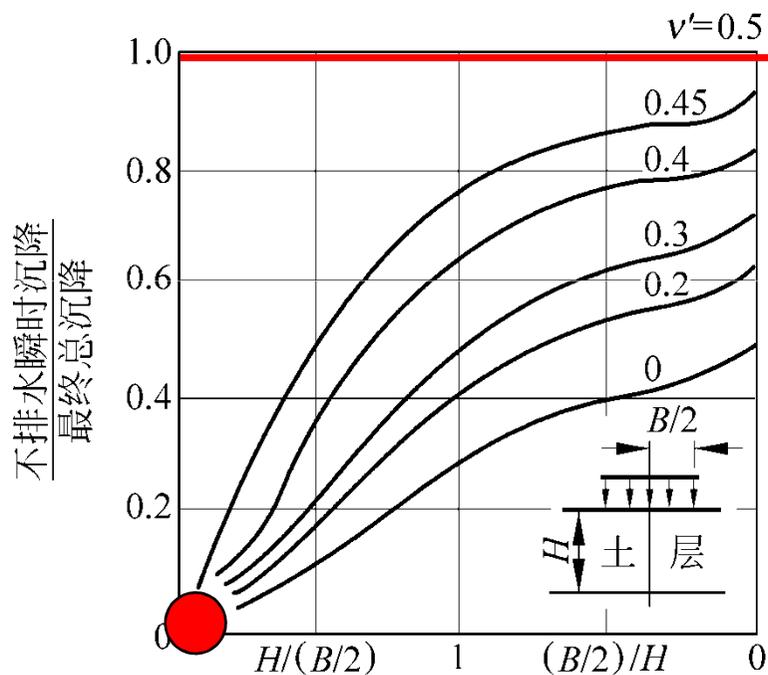


图5-10 瞬时沉降的确定

5.2 土的压缩与地基的沉降

5.2.4 瞬时沉降和次固结沉降

(1) 瞬时沉降的弹性理论算法—集中荷载

弹性半无限空间

$$S_i = \frac{P}{\pi E r} (1 - \nu^2)$$

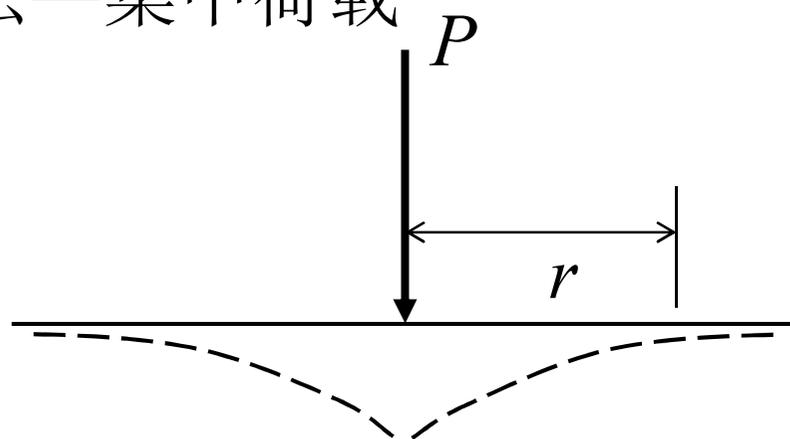


图5-11 集中荷载作用下的
瞬时沉降

地面距集中荷载作用点距离 r 处的地面沉降 S

5.2 土的压缩与地基的沉降

(2) 均布荷载 q 柔性基础下的瞬时沉降

$$S_i = \frac{qB}{E} (1 - \nu^2) I$$

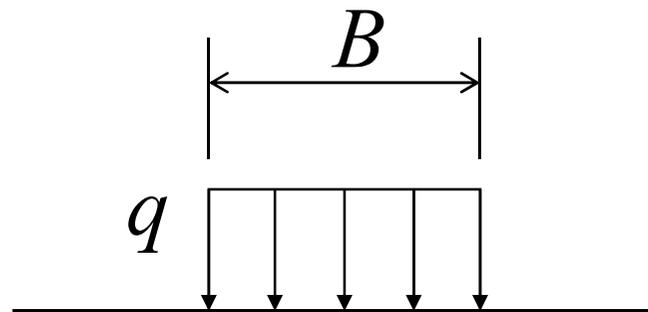


图5-12 矩形均布荷载的瞬时沉降

I : 影响（修正）系数，与形状、计算点位置有关。

5.2 土的压缩与地基的沉降

不同形状基础的修正系数 I

修正系数 I 基础形状	计算点位置		
	中心	角、边	平均
正方形	1.12	0.56	0.95
矩形, $L/B=2$	1.52	0.76	1.30
矩形, $L/B=5$	2.10	1.05	1.83
圆形	1.00	0.64	0.85

5.2 土的压缩与地基的沉降

(3) 考虑基础埋深和地基有限厚度的瞬时沉降

$$S_i = \mu_0 \mu_1 \frac{qB}{E}$$

μ_0 : 考虑基础埋深 D 的修正系数;

μ_1 : 考虑地基压缩层厚度 H 的修正系数。

对于饱和粘土, 泊松比 ν 为0.5。

5.2 土的压缩与地基的沉降

$$S_i = \mu_0 \mu_1 \frac{qB}{E}$$

μ_0 : 考虑基础埋深 D 的修正系数;

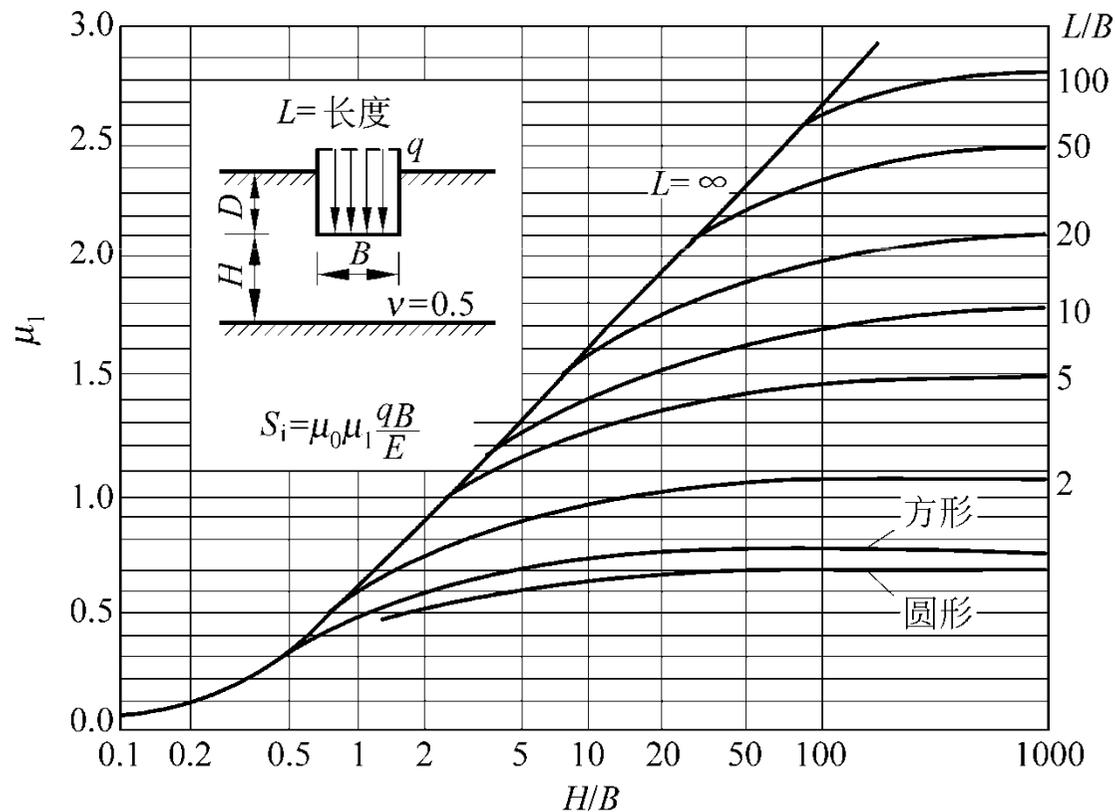
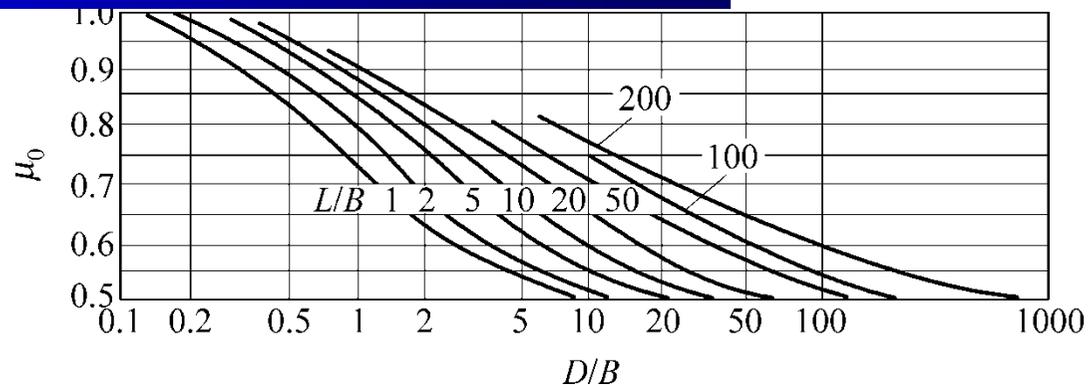
μ_1 : 考虑地基压缩层 H 的修正系数。

系数 μ_0 与 μ_1 取决于:

基础形状: 圆、方、条
基础长宽比: L/B

μ_0 : 基础埋深: D/B

μ_1 : 压缩层厚度: H/B



5.2 土的压缩与地基的沉降

(4) 瞬时沉降的修正：由于设计地基土非弹性，可能屈服，除以小于1的修正系数 S_R

$$S'_i = S_i / S_R$$

➤ 沉降比 S_R

➤ 确定根据：

- 荷载 q 与极限承载力 q_{ult} 之比 q/q_{ult}
- 初始剪应力比 f

$$f = \frac{\sigma'_{v0} - \sigma'_{h0}}{2S_u}$$

5.2 土的压缩与地基的沉降

瞬时沉降的修正 S_R

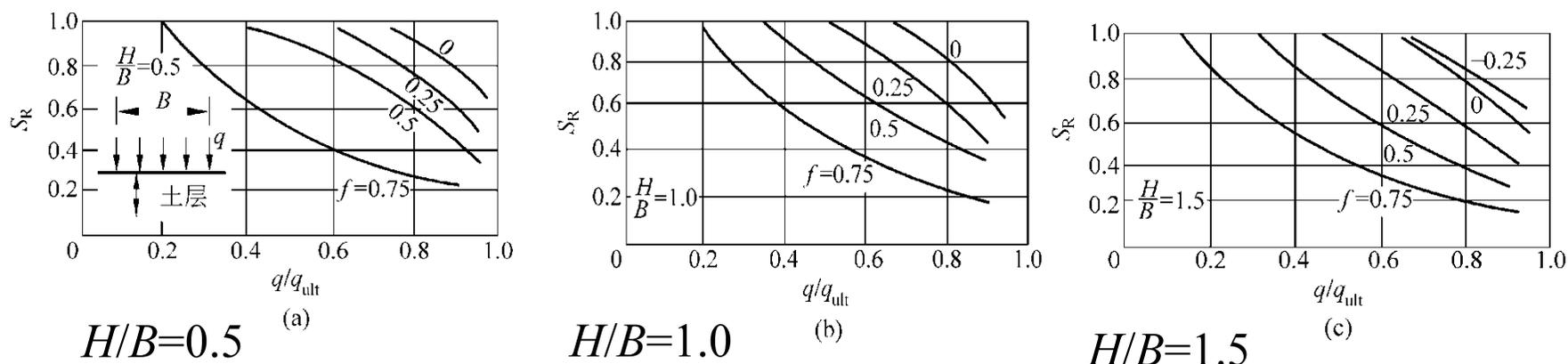


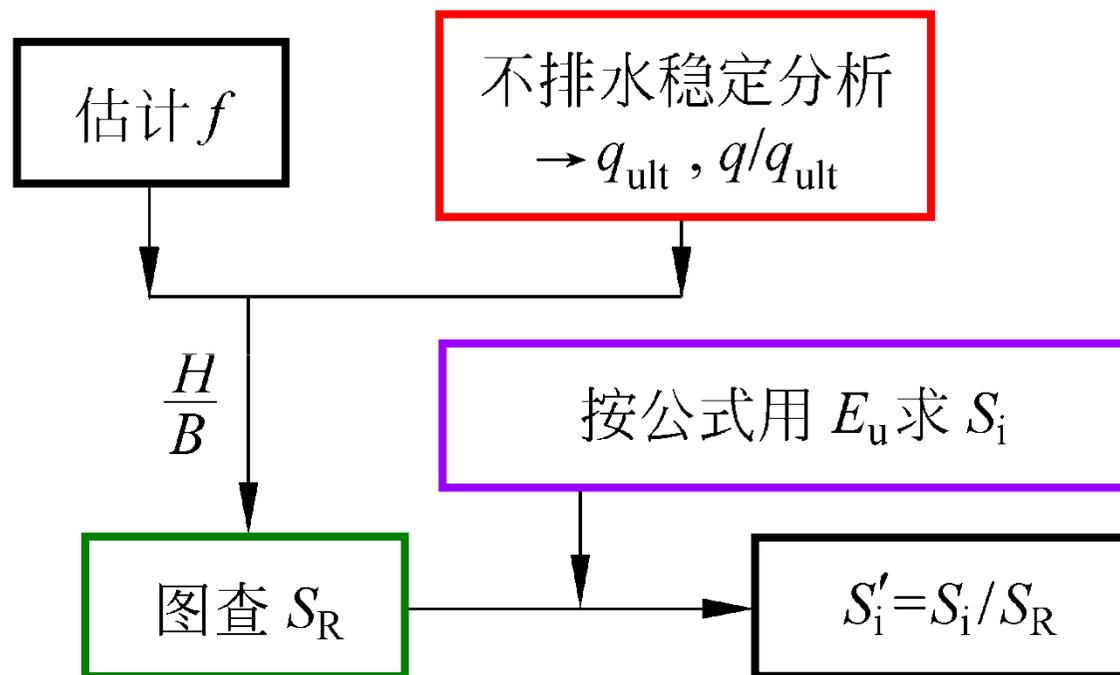
图5-14 瞬时沉降的修正 S_R

土层厚度/基础宽度 = H/B ，荷载与极限承载力之比 q/q_{ult}

初始剪应力比 f

5.2 土的压缩与地基的沉降

瞬时沉降计算的程序



5.2 土的压缩与地基的沉降

2. 固结沉降 S_c

- (1) 土体在外荷作用下产生的超静水压力 u 。
- (2) 迫使土中水外流，土孔隙减小。
- (3) 形成的地面下沉。
- (4) 由于孔隙水排出需要时间，固结沉降是时间的函数。
- (5) 它是饱和粘土沉降的主要部分。
具体计算方法将在后面给出

5.2 土的压缩与地基的沉降

3. 次压缩沉降 S_s

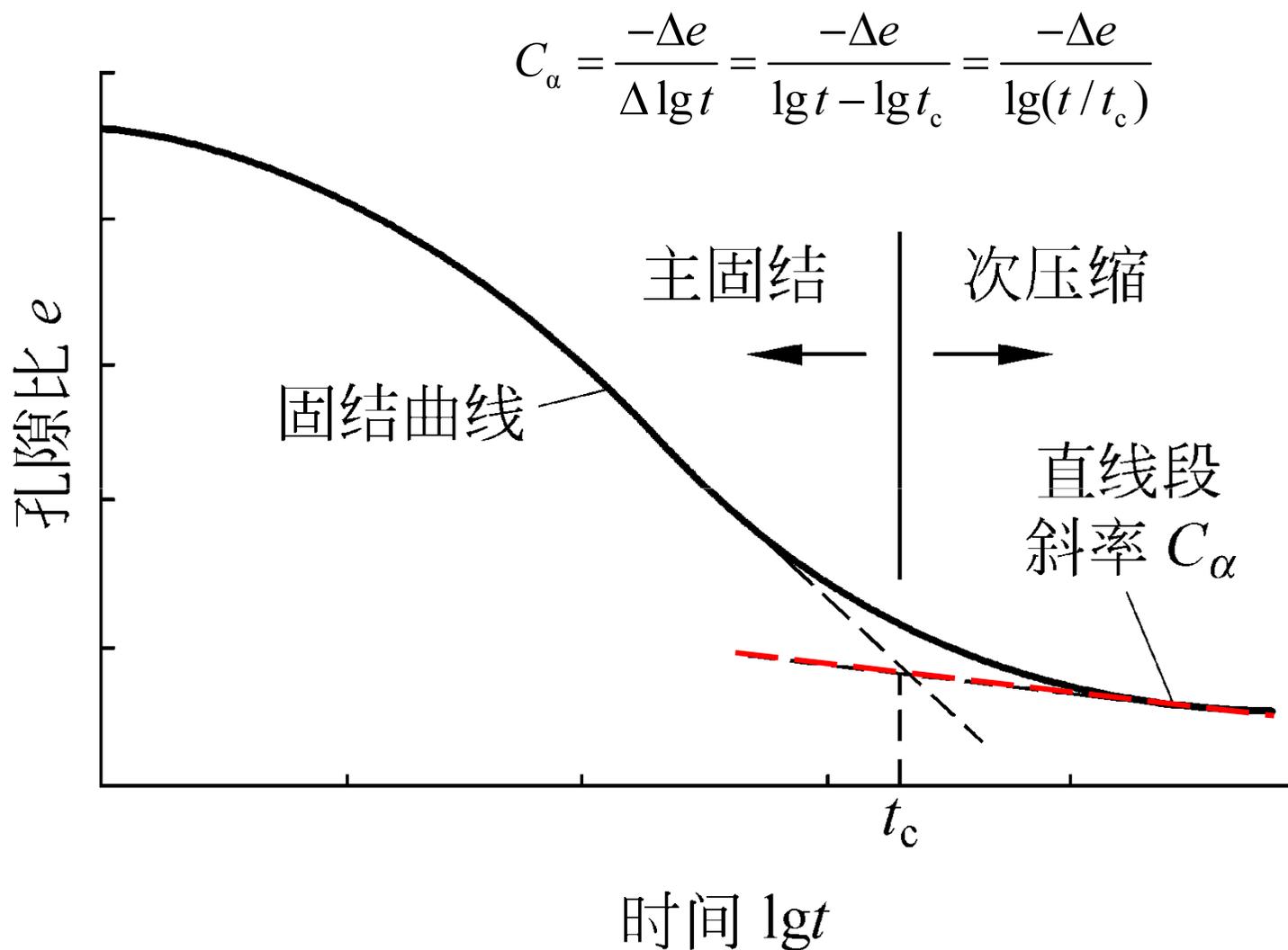
(1) 它基本上发生在土中超静水压力完全消散以后，是在恒定有效应力下的沉降。

(2) 它源于土的流变性。

(3) 时间引起的“等效超固结压力”称拟似先期固结压力，它们可能是由于土承担恒定长期荷载引起了次压缩等所导致的。或是风化与胶结，孔隙水水质变化（水中离子改变）等。

P302

5.2 土的压缩与地基的沉降



5.2 土的压缩与地基的沉降

次固结沉降的计算

$$S_s = \frac{C_\alpha}{1 + e_0} \lg\left(\frac{t}{t_c}\right) H$$

t , t_c —从主固结过程开始起算的时间和主固结完成时的时间。

P303式5-16

5.2 土的压缩与地基的沉降

沉降计算

$$(1) \quad S = S'_i + S_c + S_s$$

$$(2) \quad S_i = \mu_0 \mu_1 \frac{qB}{E} \quad S'_i = S_i / S_R$$

$$(3) \quad S_c = \sum \frac{\sigma_z}{E_s} H_i$$

$$(4) \quad S_s = \frac{C_\alpha}{1+e_0} \lg\left(\frac{t}{t_c}\right) H$$

5.3 地基沉降的计算方法

5.3.1 计算方法综述

5.3.2 单向压缩分层总和法

5.3.3 考虑三向效应的单向压缩算法
(Skempton—Bjerrum)

5.3.4 三向变形算法 (黄文熙法)

5.3.5 弹性理论法

5.3.6 应力路径法

5.3.7 剑桥模型法

5.3.8 几种沉降计算方法的讨论

5.2 地基沉降的计算方法

5.3.2 单向沉降的分层总和法

假设与应用

- (1) 荷载用弹性理论计算（布辛尼斯克）
- (2) 只发生单向渗流与沉降（侧限）
- (3) 主要计算主固结沉降（荷载瞬时施加）
- (4) 乘以沉降计算经验系数
- (5) 可计算分层地基土

5.2 地基沉降的计算方法

用 $e-p$ 曲线

单层土

$$\Delta S = m_v \cdot \Delta p \cdot H$$

多层土

$$S = \sum_1^n m_{vi} \cdot \Delta p_i \cdot H_i$$

用 $e-\lg p$ 曲线，考虑回弹（超固结）

单层土

$$S = \left(\frac{C_e}{1+e_0} \lg \frac{p_c}{p_1} + \frac{C_c}{1+e_0} \lg \frac{p_2}{p_c} \right) H$$

多层土

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_{ei}}{1+e_{0i}} \lg \frac{p_{ci}}{p_{1i}} + \frac{C_{ci}}{1+e_{0i}} \lg \frac{p_{2i}}{p_{ci}} \right) H_i$$

$$\bar{S} = \psi_s S \quad \psi_s = 0.2 \sim 1.4$$

5.2 地基沉降的计算方法

5.3.3 考虑三向效应的单向压缩算法 (Skempton-Bjerrum)

5.2 地基沉降的计算方法

基于分层总和法：

在以上方法的公式中，以 Δu_i 代替 Δp_i 计算基础轴线上的固结沉降。

$$S = \sum_1^n m_{vi} \cdot \Delta p_i \cdot H_i \quad \longrightarrow \quad S_c = \int_0^H m_v \Delta u \Delta H$$

对于一维（侧限）情况，二者相同： $\Delta u = \Delta p$

5.2 地基沉降的计算方法

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)] \quad B = 1.0$$

对饱和土:

$$\Delta u = A\Delta\sigma_1 + (1 - A)\Delta\sigma_3$$

$$\Delta u - \Delta\sigma_1 = (A - 1)(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_1 \left[A + (1 - A) \frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1} \right]$$

5.2 地基沉降的计算方法

考虑三向效应的单向压缩算法（Skempton—Bjerrum）

以 Δu_i 代替 Δp_i 计算圆形基础轴线上的固结沉降：

$$S_c = \int_0^H m_v \cdot \Delta u \cdot \Delta H = \int_0^H m_v \cdot \Delta \sigma_1 \left[A + (1-A) \frac{\Delta \sigma_3}{\Delta \sigma_1} \right] dz$$

对于分层总和法：

$$S = \sum_{i=1}^n m_v \Delta p H_i = \sum_{i=1}^n m_v \Delta \sigma_1 H_i = \int_0^H m_v \Delta \sigma_1 dz$$

两式的关系为： $S_c = \mu S$

5.2 地基沉降的计算方法

$$\mu = \frac{S_c}{S} = \frac{\int_0^H m_v \cdot \Delta\sigma_1 \left[A + (1-A) \frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1} \right] dz}{\int_0^H m_v \cdot \Delta\sigma_1 dz}$$

$$\mu = A + (1-A)\alpha$$

$$\alpha = \frac{\int_0^H \Delta\sigma_3 dz}{\int_0^H \Delta\sigma_1 dz}$$

可见它考虑了小主应力 σ_3 的影响；孔压系数 A 一定程度上也反映了土的剪胀性。

5.2 地基沉降的计算方法

斯谷特（Scott）按此求得圆形、条形基础的修正系数

$$\mu = A + (1 - A)\alpha$$

$$\alpha = \frac{\int_0^H \Delta\sigma_3 dz}{\int_0^H \Delta\sigma_1 dz}$$

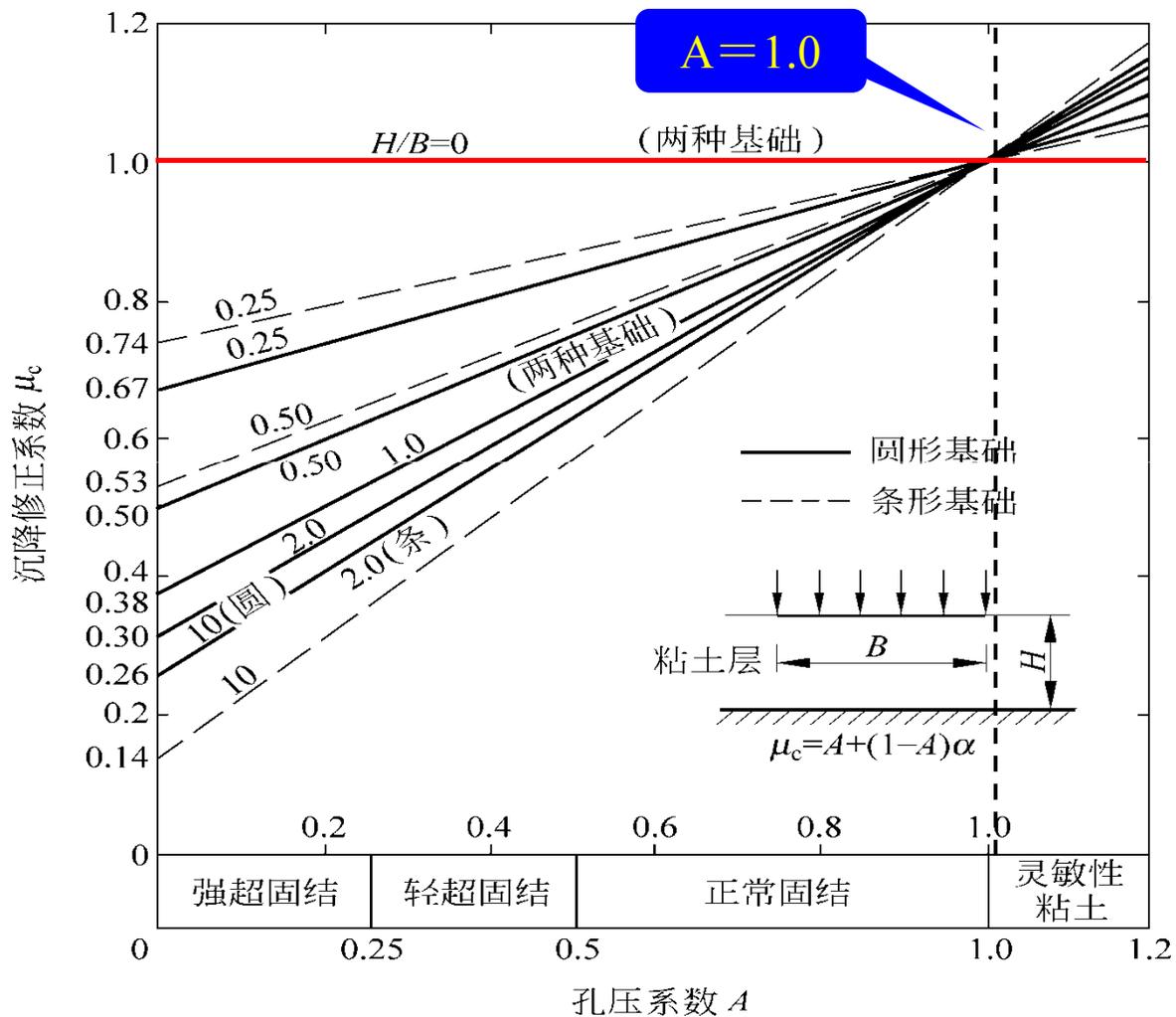


图5-17 基础的修正系数 μ P307

5.2 地基沉降的计算方法

按本法计算沉降，还应考虑瞬时的沉降 S_i ，故最终的沉降应为：

$$S_{total} = S_c + S_i$$

S_i 通过5.1方法确定。

5.2 地基沉降的计算方法

5.3.4 三向变形算法（黄文熙法）

本法和其它方法相比有以下几个特点：

- （1）考虑了实际土体三向受力与三向变形条件
- （2）建议用三轴试验实测土的应力应变关系
- （3）计及应力水平与应力路径的影响

5.2 地基沉降的计算方法

假设地基中一点由于基础荷重引起的附加正应力为： $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \Theta$

弹性理论

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{E} \Theta$$

$$\varepsilon_v = \frac{e_2 - e_1}{1 + e_1}$$

三轴试验

所以
$$E = (1-2\nu) \frac{1+e_1}{e_1 - e_2} \Theta$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [(1+\nu)\sigma_z - \nu\Theta]$$

$$\varepsilon_{z3} = \frac{1}{1-2\nu} \left[(1+\nu) \frac{\sigma_z}{\Theta} - \nu \right] \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$$

P307式5-31

5.2 地基沉降的计算方法

平面应变条件

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = (1 + \nu)(\sigma_z + \sigma_x)$$

$$\Theta' = \sigma_x + \sigma_z = \frac{\Theta}{1 + \nu}$$

$$\varepsilon_{z2} = \frac{1}{1 - 2\nu} \left(\frac{\sigma_z}{\Theta'} - \nu \right) \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$$

5.2 地基沉降的计算方法

$$\varepsilon_{z3} = \frac{1}{1-2\nu} \left[(1+\nu) \frac{\sigma_z}{\Theta} - \nu \right] \frac{e_1 - e_2}{1+e_1}$$

$$S = \int_0^H \varepsilon_z dz$$

地基中的 σ_z 与 Θ 可以通过弹性理论计算。

ν 与 e_1 、 e_2 可在三轴试验中模拟土体在地基中的实际受力状态测定。

以上计算的是排水条件下的固结沉降(e_1, e_2)，在三向变形条件下，加荷瞬时仍有不排水变形，故仍应再计入瞬时沉降。

5.2 地基沉降的计算方法

5.3.5 弹性理论法

视地基为半无限弹性体，地基中的应力与应变均按弹性理论计算。

地基沉降由瞬时沉降和固结沉降两部分组成：

$$S = S'_i + S_c = \frac{S_i}{S_R} + (S_T - S_i)$$

式中 S_T 、 S_i —分别为按弹性理论计算得的总沉降量和瞬时沉降量。

5.2 地基沉降的计算方法

土层的非均质和成层情况：

$$S_T = \sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_z \cdot \Delta H)_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{E'_i} [\Delta \sigma_z - \nu'_i (\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y)]_i \cdot \Delta H_i$$

$$S_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_{u_i}} [\Delta \sigma_z - \nu_u (\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y)]_i \cdot \Delta H_i$$

不排水

5.2 地基沉降的计算方法

如果地基土比较均匀，可采用其平均弹性模量 E 与 E_u ：

$$S_T = \frac{qB}{E'}(1 - \nu'^2)I$$

$$S_i = \frac{qB}{E_u}(1 - \nu_u^2)I$$

不分层

5.2 地基沉降的计算方法

形状修正系数 I

修正系数 I 基础形状	计算点位置		
	中心	角、边	平均
正方形	1.12	0.56	0.95
矩形, $L/B=2$	1.52	0.76	1.30
矩形, $L/B=5$	2.10	1.05	1.83
圆形	1.00	0.64	0.85

5.2 地基沉降的计算方法

5.3.6 应力路径法

- (1) 按应力路径估算沉降的方法是兰布(Lambe)于1964年建议的。
- (2) 应力路径是描述土单元体在外力作用下应力状态变化过程在应力空间的轨迹。
- (3) 该法实际上是用三轴试验模拟代表性土体单元的应力路径进行计算。

5.2 地基沉降的计算方法

1. 应力路径的一些特性

$$\bar{\sigma} = p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \bar{\tau} = q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

5.2 地基沉降的计算方法

1) $\bar{\sigma}$ — $\bar{\tau}$ 坐标下的破坏主应力线 K_f 与 K_0 固结线

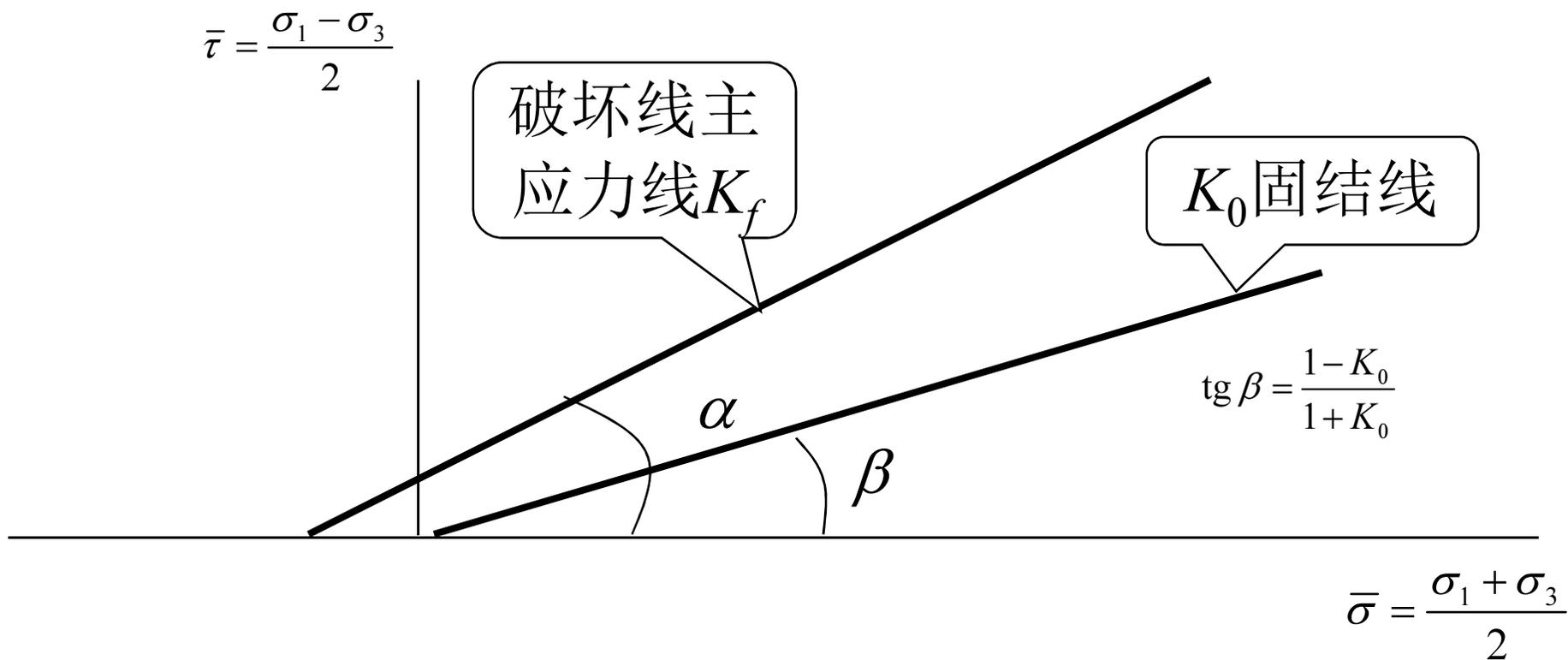


图5-18 破坏主应力线 K_f 与 K_0 固结线

5.2 地基沉降的计算方法

2) 应力路径上的大、小主应力

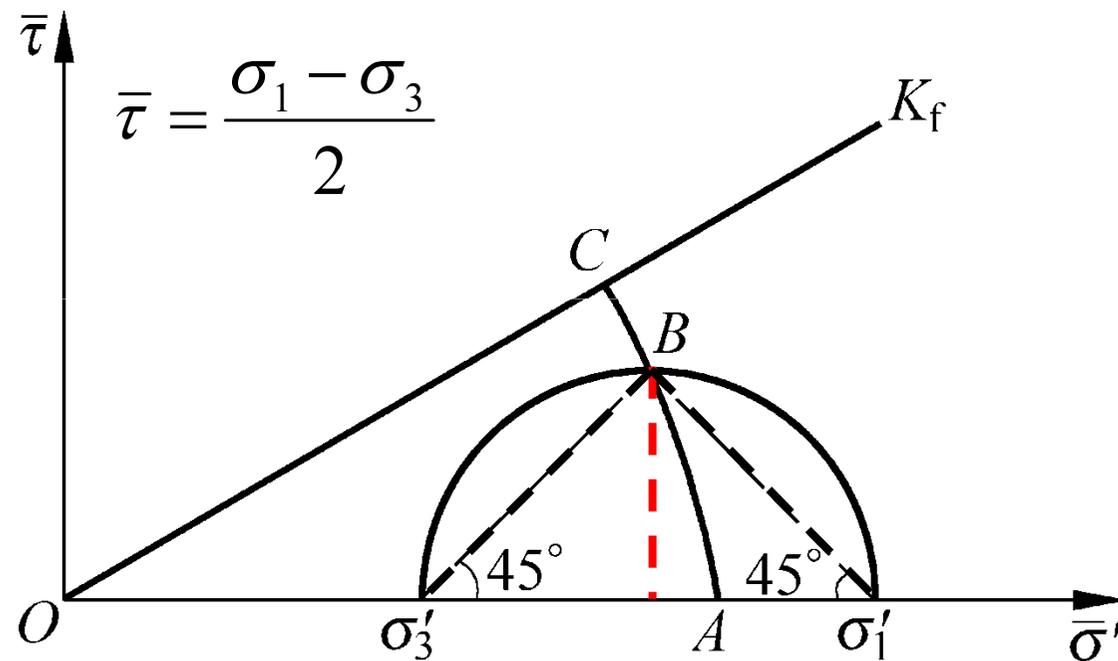


图5-19 应力路径(ABC)上一点的大、小主应力

5.2 地基沉降的计算方法

3) 不排水试验有效应力路径的相似性

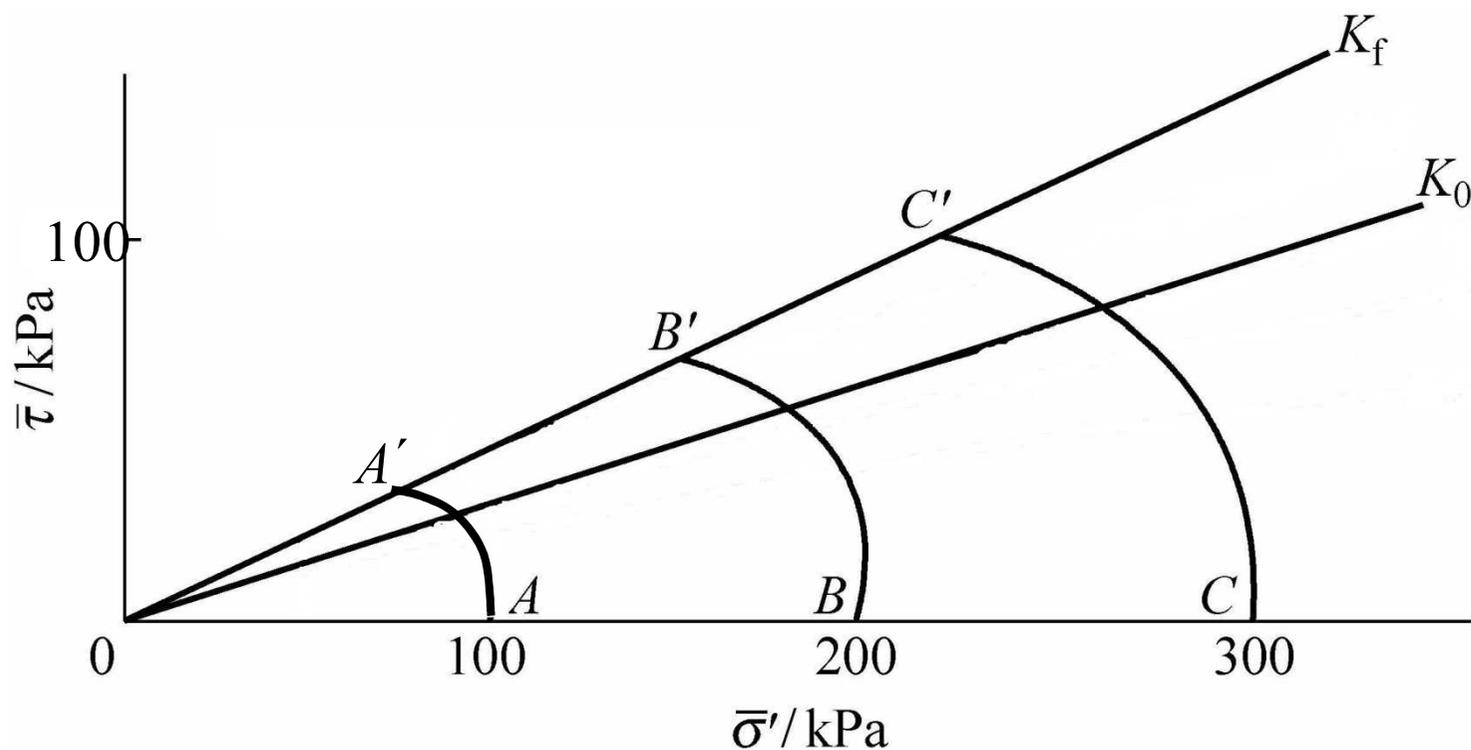


图5-20 不排水试验有效应力路径

5.2 地基沉降的计算方法

4) 等轴向应变线绘制

等轴向应变线 ε_1

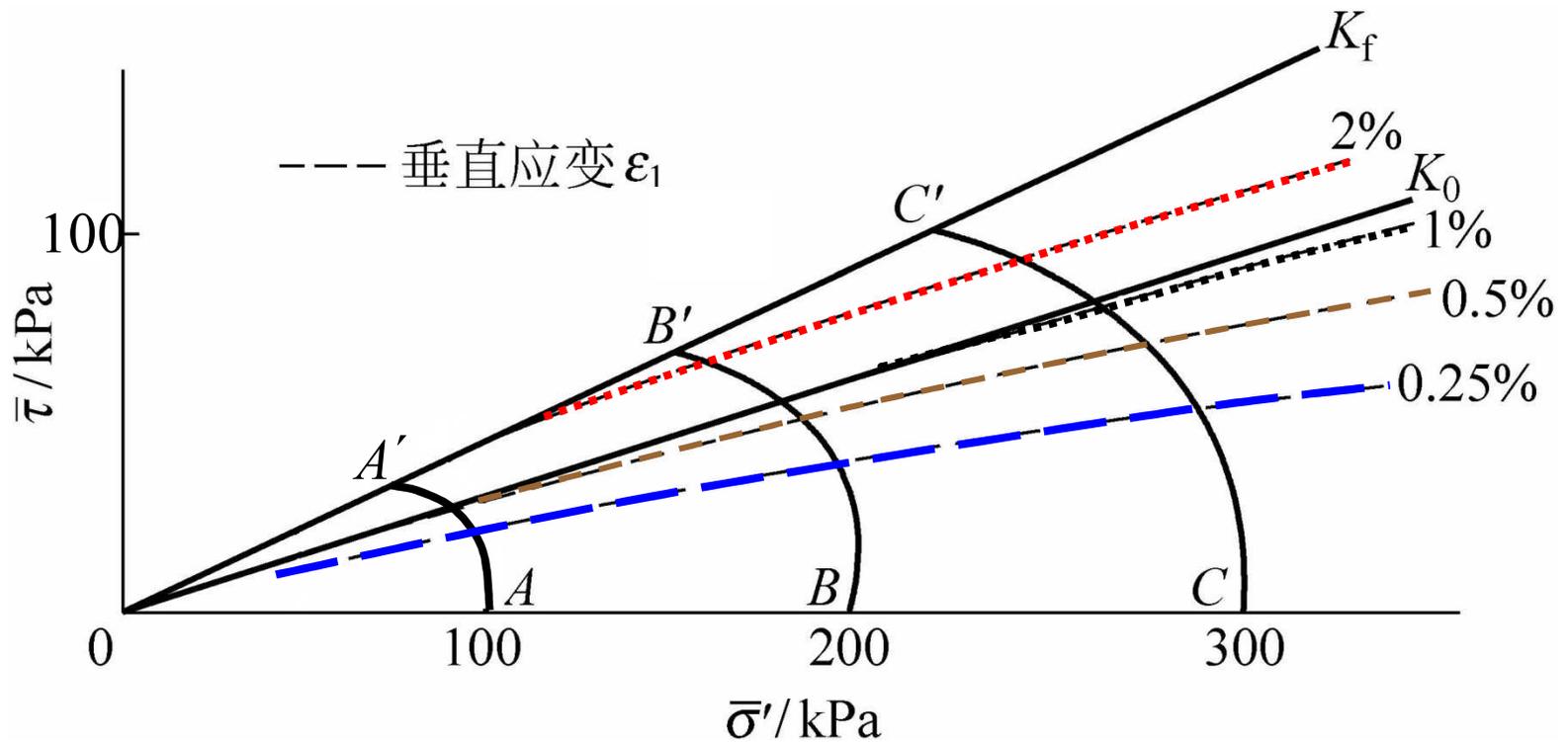


图5-21 等轴向应变线绘制

5.2 地基沉降的计算方法

5) 不同的应力路径与试样的变形特点

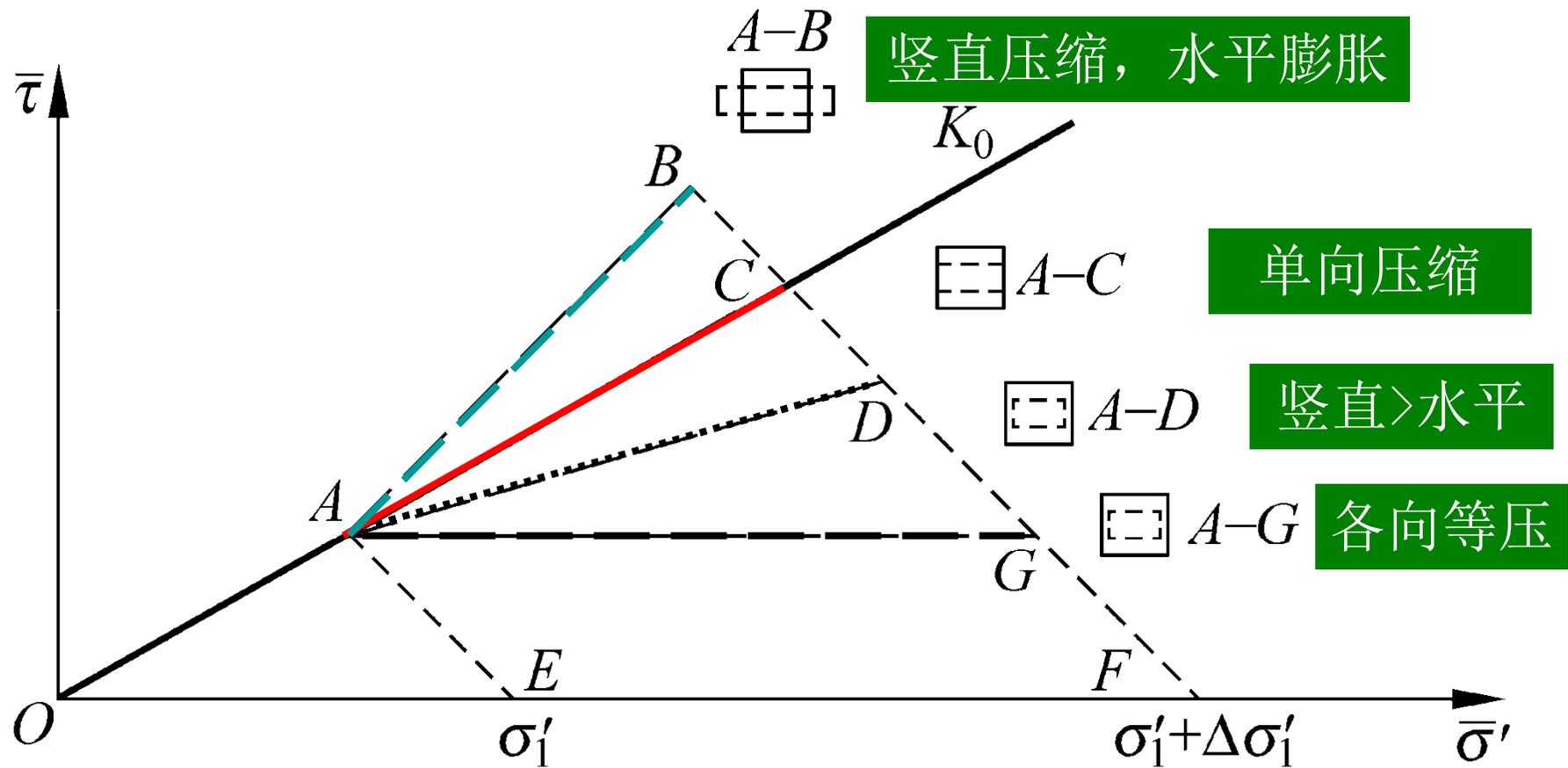


图5-22 不同的应力路径与试样的变形

5.2 地基沉降的计算方法

6) 相同体应变，不同应力增量比下的应力路径

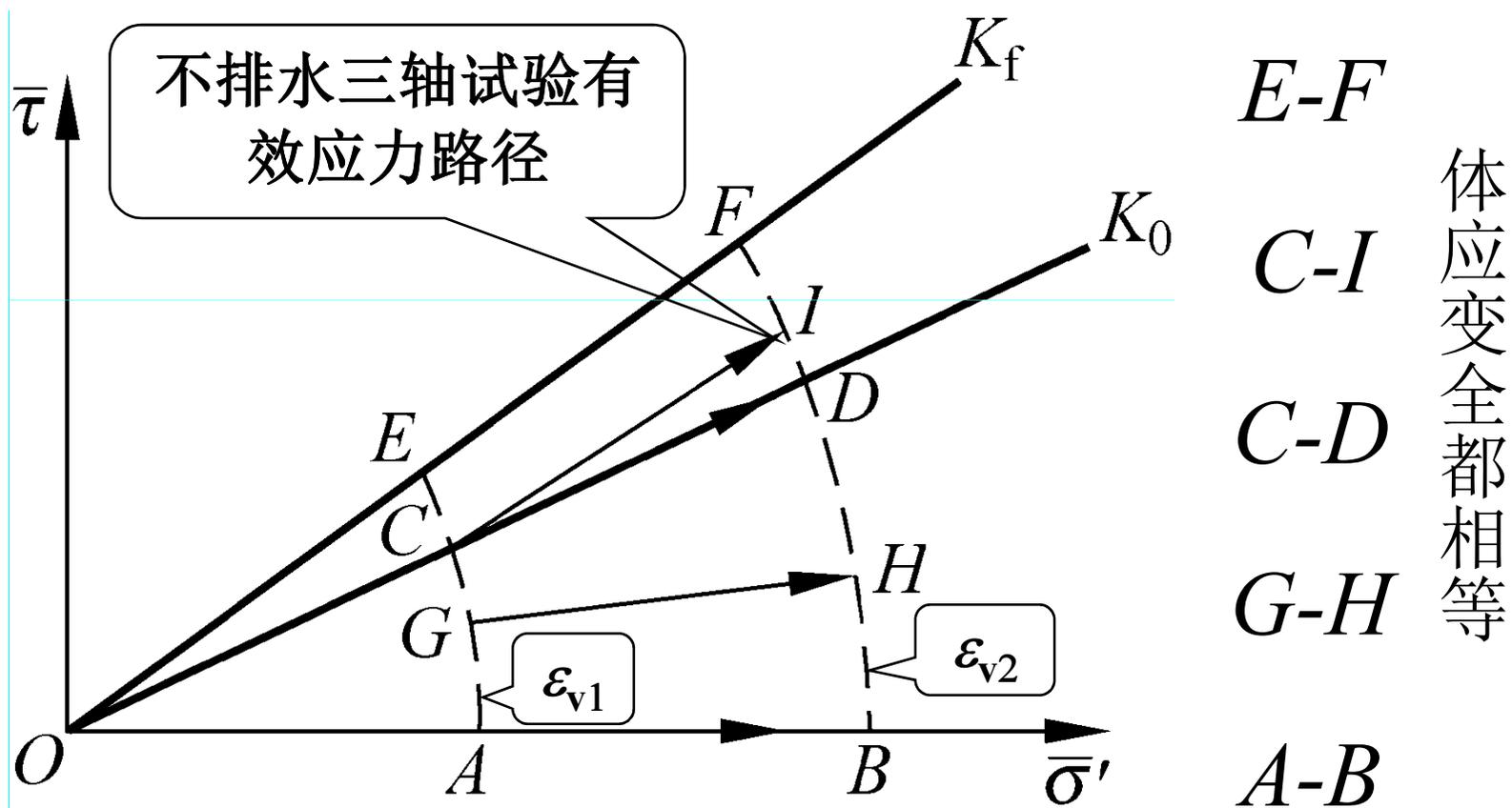


图5-23 相同体应变，不同应力增量比下的应力路径

5.2 地基沉降的计算方法

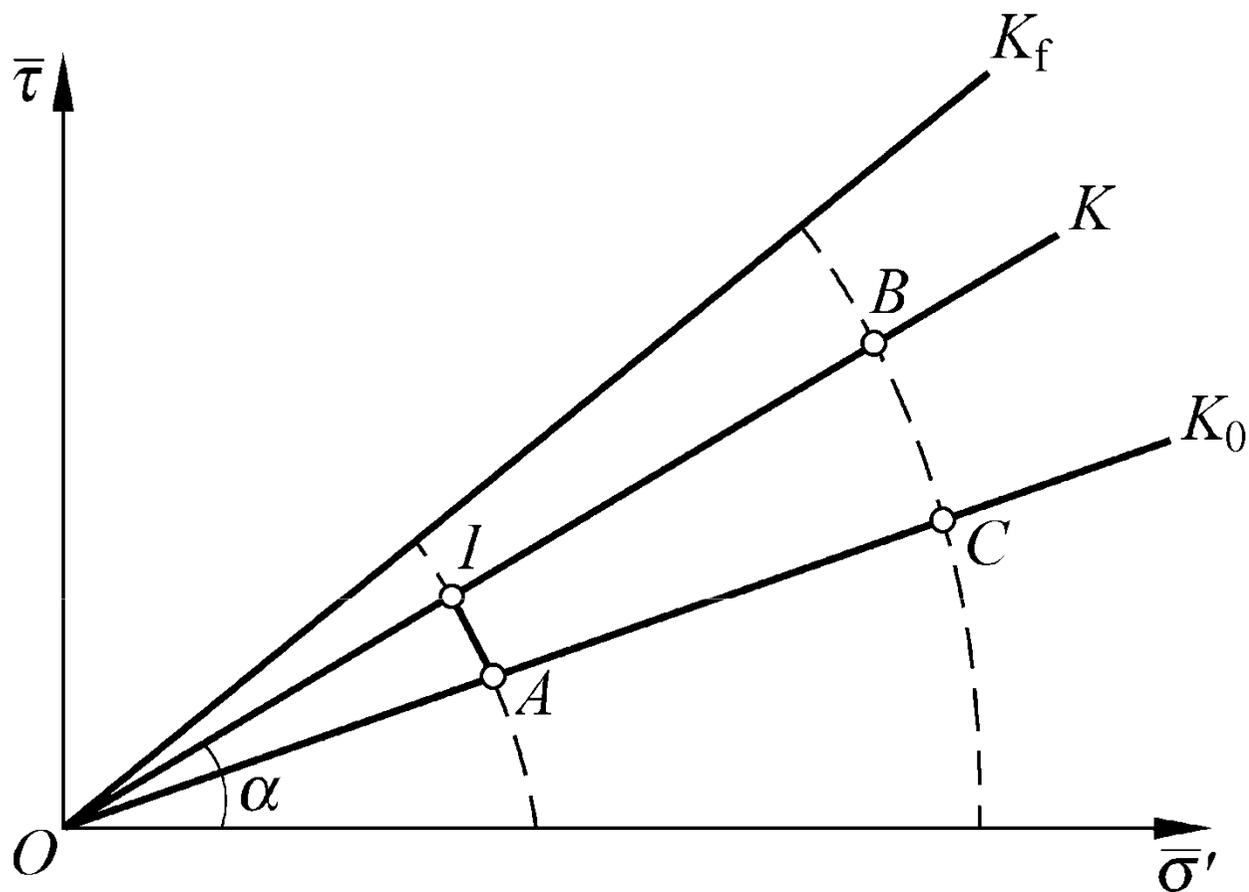


图5-24 地基加载的一般应力路径：A-I-B

地基加载的一般应力路径：A-I-B

($K = \Delta\sigma'_3 / \Delta\sigma'_1$) 从I到B **P310图5-21**

5.2 地基沉降的计算方法

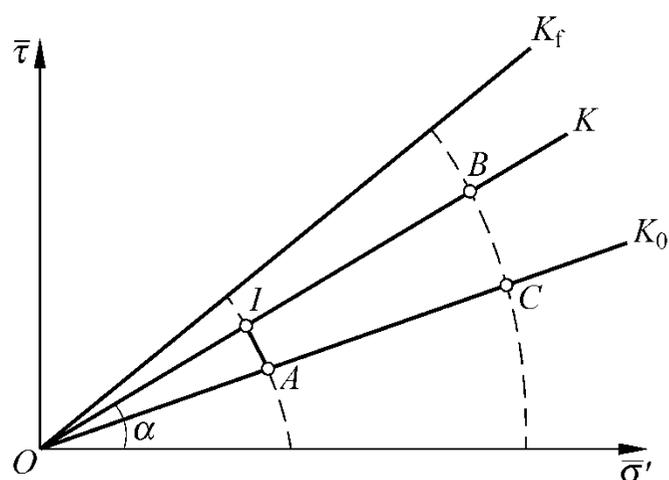


图5-25

地基土 K_0 固结到 A , (无侧向变形)
加载以后不排水路径 $A-I$
然后孔压消散及加载, 地基
土应力按比例增加到 B

在式中:

ε_v 通过 $A-C$ 得到

$$K_0 = 1 - \sin \phi'$$

$$K = (1 - \operatorname{tg} \alpha) / (1 + \operatorname{tg} \alpha)$$

$$\frac{\varepsilon_1^c}{\varepsilon_v} = \frac{1 + K_0 - 2KK_0}{(1 + 2K)(1 - K_0)}$$

可以计算垂直应变 ε_1^c

P311式5-46

5.2 地基沉降的计算方法

$$\frac{\varepsilon_1^c}{\varepsilon_v} = \frac{1 - 2\nu'K}{(1 + 2K)(1 - 2\nu')}$$

$$K = \Delta\sigma'_3 / \Delta\sigma'_1$$

$$\nu' = \frac{K_o}{1 + K_o}$$

$$\frac{\varepsilon_1^c}{\varepsilon_v} = \frac{1 + K_o - 2KK_o}{(1 + 2K)(1 - K_o)}$$

5.2 地基沉降的计算方法

2. 用应力路径法计算沉降

1) 室内模拟法

用三轴试验模拟工程中代表性的土单元的应力路径（不排水、排水），通过试验得到 ε_{1u} 与 ε_{1d} 。

$$S = S_i + S_c = (\varepsilon_{1u} + \varepsilon_{1d})H$$

5.2 地基沉降的计算方法

2) 等应变线法

例题：

正常固结粘土，3m厚，加载后静置，计算瞬时沉降 S_i 与固结沉降 S_c 。

$$e_0 = 0.9$$

$$C_c = 0.25$$

$$\phi' = 30^\circ$$

$$\sigma_z = 75 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_1 = 40 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_3 = 20 \text{ kPa}$$

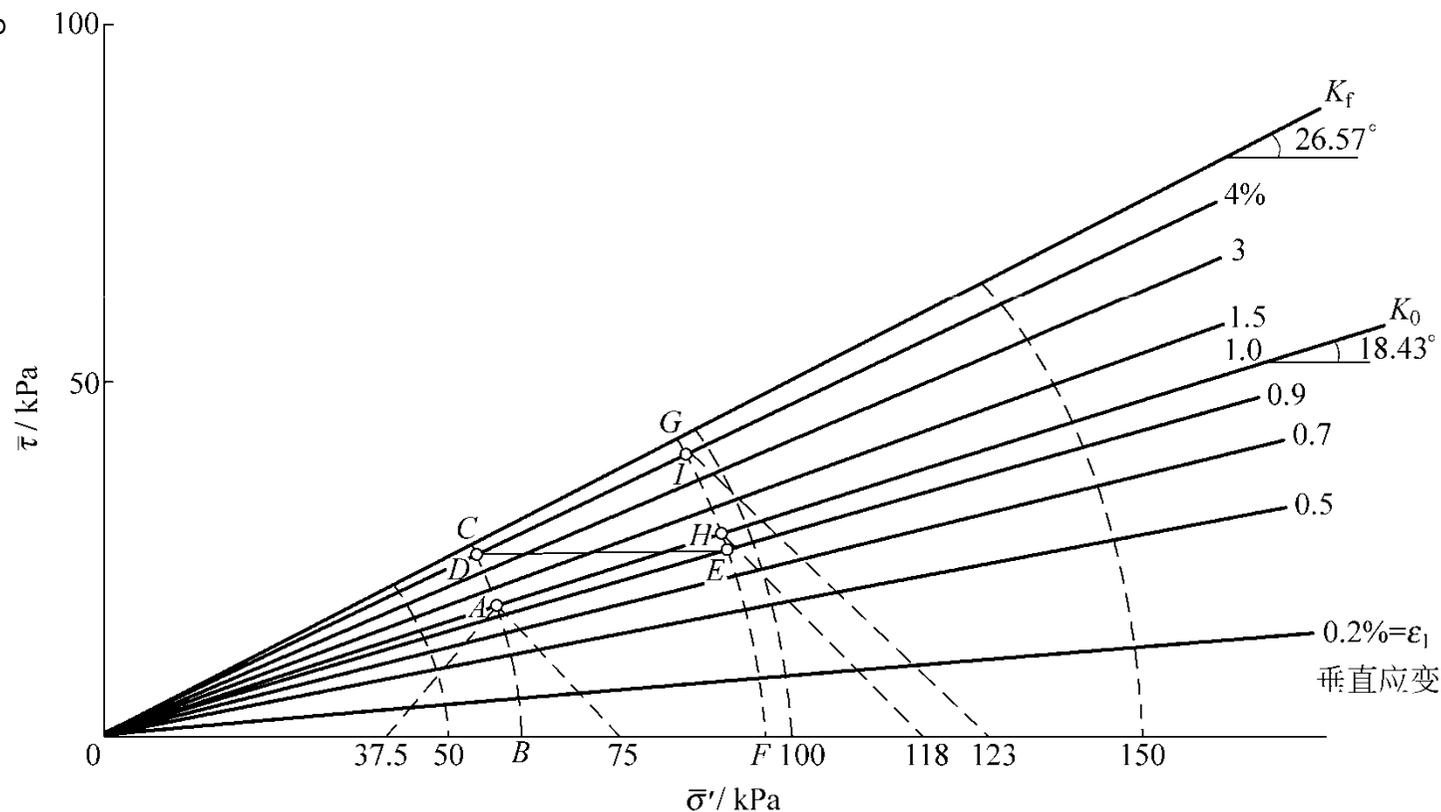


图5-26 例题

P312图5-22

5.2 地基沉降的计算方法

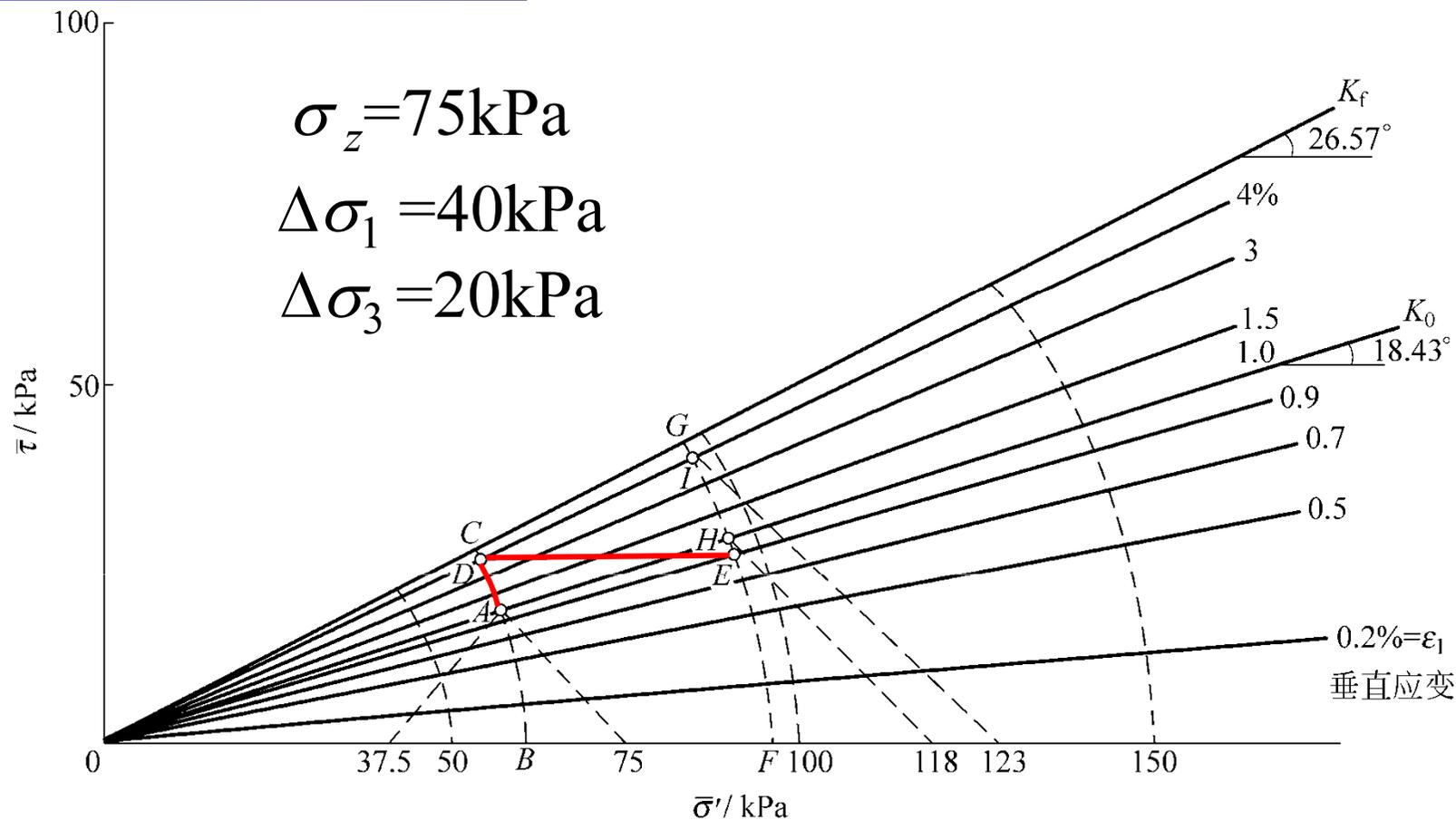


图5-27 沉降的计算

加载前应力状态为A (K_0 固结线上)。

在不排水路径BAC上从A-D(瞬时沉降)。

排水固结D-E(固结沉降)。

P312图5-22

5.2 地基沉降的计算方法

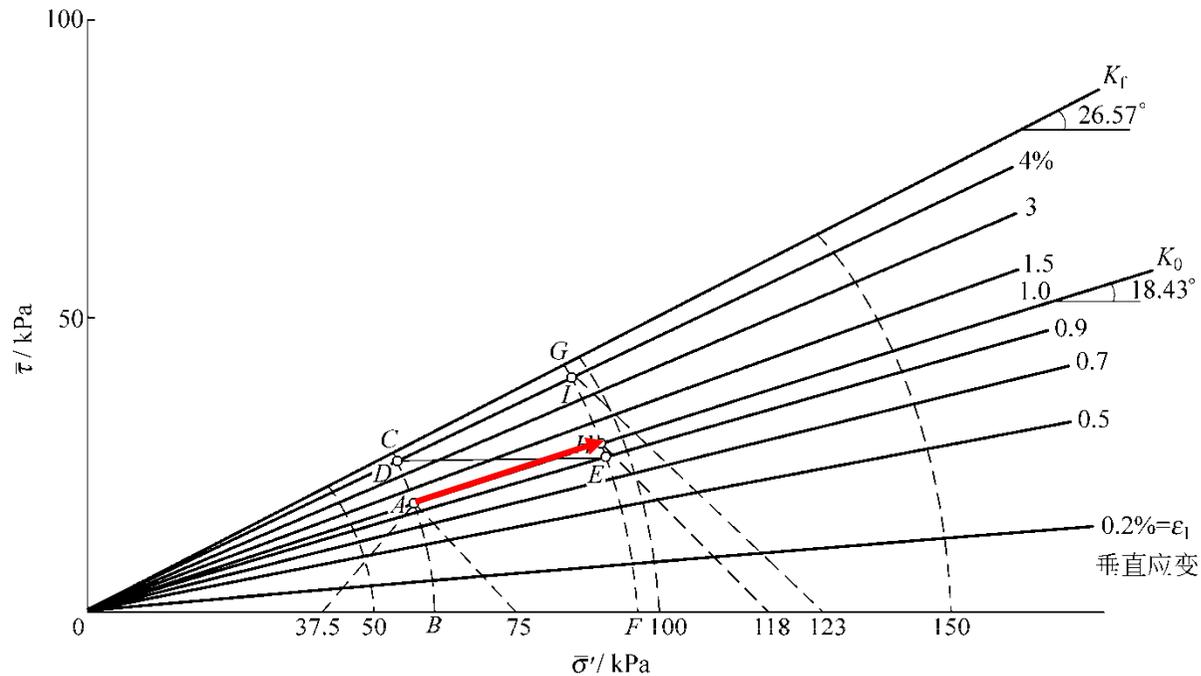


图5-28 沉降的计算

$$S_i = (\varepsilon_{1D} - \varepsilon_{1A})H = (0.04 - 0.01) \times 3 = 0.09m$$

固结沉降为沿DE路径的沉降，其体变与固结沿AH的相等。

$$\varepsilon_v = \frac{-\Delta e}{1 + e_0} = \frac{C_c \lg(118/75)}{1 + 0.9} = 0.029$$

$$S_c = \frac{\varepsilon_v}{3} H = 0.0259m$$

$$S = S_i + S_c = 0.116m$$

- z 5.1 概述
- z 5.2 土的固结与地基的沉降
- z 5.3 地基沉降的计算方法
- z 5.4 单向固结的普遍方程及一般问题
- z 5.5 土的三维固结理论
- z 5.6 关于土体固结的其它问题简介

5.3 地基沉降的计算方法

5.3.1 计算方法综述

5.3.2 单向压缩分层总和法

5.3.3 考虑三向效应的单向压缩算法 (Skempton—Bjerrum)

5.3.4 三向变形算法（黄文熙法）

5.3.5 弹性理论法

5.3.6 应力路径法

5.3.7 剑桥模型法

5.3.8 几种沉降计算方法的讨论

5.2 地基沉降的计算方法

5.3.7 剑桥模型法

- (1) 利用剑桥模型可直接计算沉降量而不必采用数值计算方法。
- (2) 按该模型，应力路径在土的物态边界面之内时，只产生很小的(弹性)变形。
- (3) 当应力状态触及边界面或跨越边界面时，将发生大的塑性变形。
- (4) 因而正常固结土处于屈服状态。
- (5) 超固结土可视为弹性材料。
- (6) 所谓的先期固结压力 p_c 则为屈服应力。

5.2 地基沉降的计算方法

1. 原理

状态边界面： $X-Y$
在 p',q 平面： $X'-Y'$

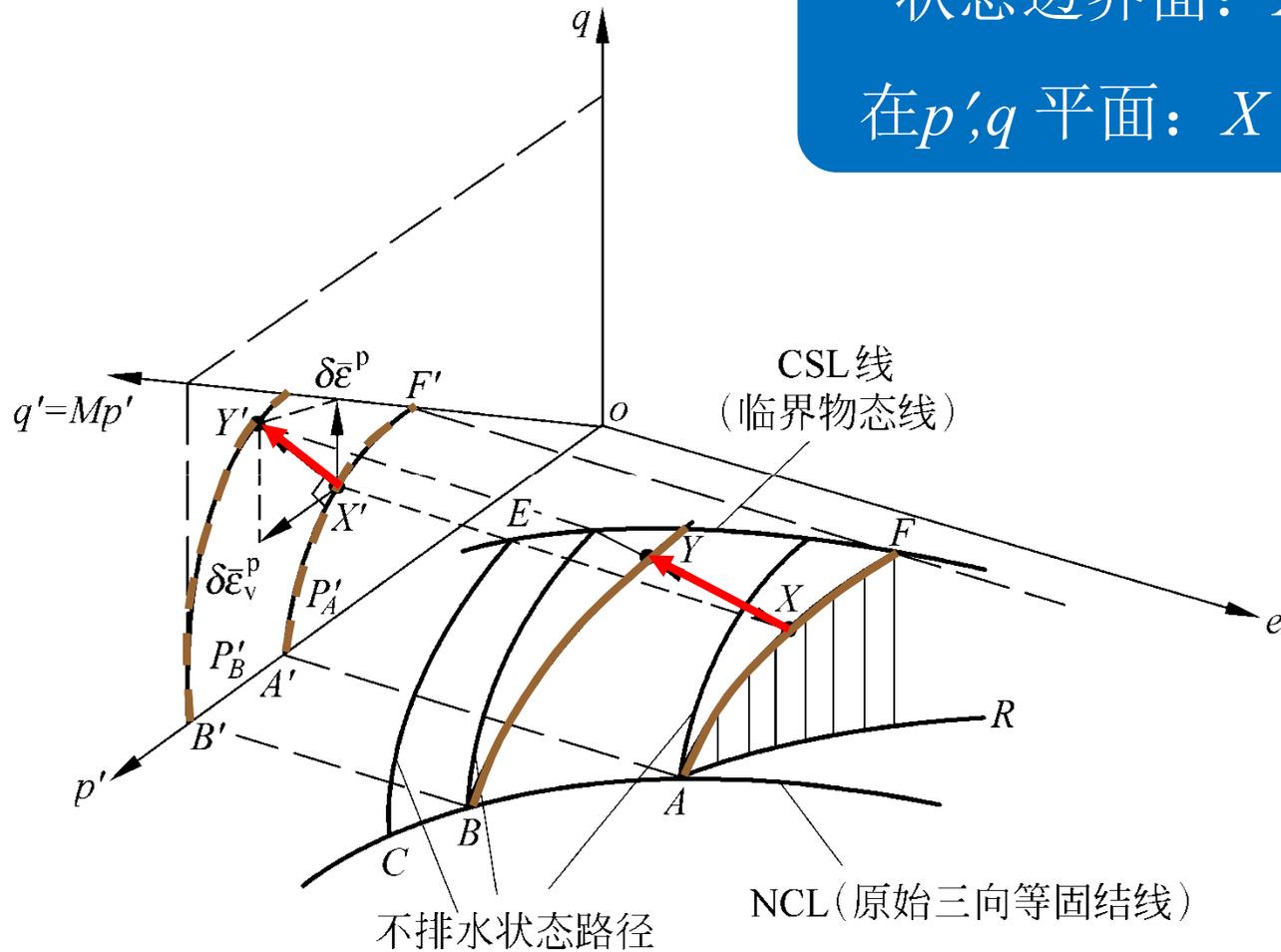


图5-29 修正剑桥模型中的弹性墙与屈服面

5.2 地基沉降的计算方法

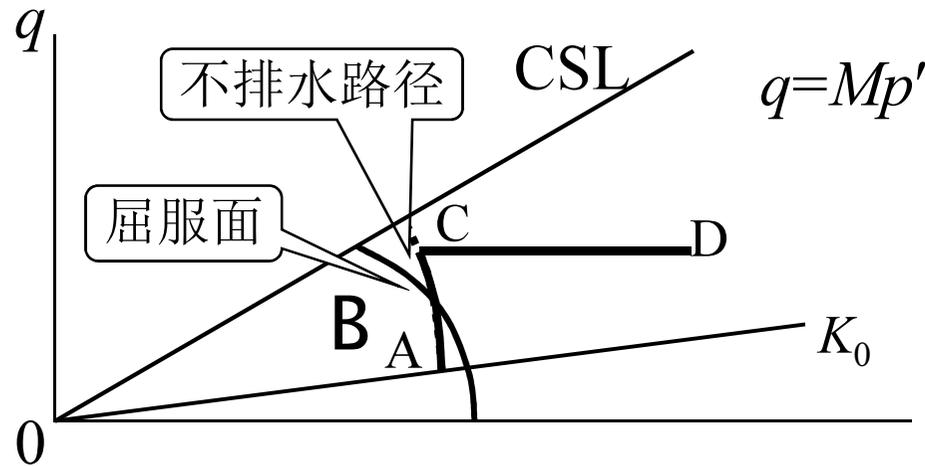
屈服以后，应变按下式计算：

$$d\varepsilon_v = \frac{1}{1+e} \left[(\lambda - k) \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} + \lambda \frac{dp'}{p'} \right]$$

$$d\bar{\varepsilon} = \left(\frac{\lambda - k}{1+e} \right) \left[\frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \right] \left[\left(\frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \right) + \frac{dp'}{p'} \right]$$

5.2 地基沉降的计算方法

2. 沉降计算



应力路径: $A-B-C-D$

$A-B$: 屈服面内不排水应力
 路径: $d\varepsilon_v^p = 0, d\varepsilon_v = 0$
 (不排水)

p' $d\varepsilon_v^e = 0, d\varepsilon^e = 0$

图5-30 地基土应力路径

$B-C$: 屈服面外的不排水应力路
 径: $d\varepsilon_v = 0$, 瞬时沉降 S_i :

$$S_i = \sum_{i=1}^n (d\varepsilon \cdot \Delta H)_i$$

$C-D$ 排水固结阶段: $dq=0$, 固结
 沉降 S_c :

$$S_c = \sum_{i=1}^n (d\varepsilon_{1c} \cdot \Delta H)_i$$

5.2 地基沉降的计算方法

$$S_i = \sum_{i=1}^n (d\bar{\varepsilon} \cdot \Delta H)_i$$

$$S_c = \sum_{i=1}^n (d\varepsilon_{1c} \cdot \Delta H)_i$$

$$d\varepsilon_{1c} = d\bar{\varepsilon}_c^p + \frac{1}{3} d\varepsilon_v$$

$$S = S_i + S_c$$

5.2 地基沉降的计算方法

5.3.11 几种沉降计算方法的讨论

1. 单向压缩分层总和法

主要特点：

- (1) 弹性理论计算附加应力。
- (2) 一维的试验及其计算指标。
- (3) 使用历史悠久，有丰富经验：
(修正系数 ψ_s)。
- (4) 可计算分层地基。
- (5) 适用于荷载面积大，压缩层相对薄；或者压缩土层埋深大情况。

5.3.9

5.3.10 DEL

P318 5.3.11

5.2 地基沉降的计算方法

2. 考虑三维效应的单向压缩计算法 (Skempton)

主要特点:

- (1) 用超静孔压 Δu 代替附加垂直应力 $\Delta p(\Delta\sigma_z)$ 一定程度上考虑了三维效应。
- (2) 区分了瞬时沉降与固结沉降。
- (3) 用三轴试验确定超静孔压 A , 计入了土的剪胀(缩)性。

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

只适用于对称基础中心点

5.2 地基沉降的计算方法

3. 三向变形算法（黄文熙法）

主要特点：

- (1) 考虑了三维应力与变形。
- (2) 在一定程度上可反映工程中的应力路径。
- (3) e_1, e_2 和泊松比 ν 是通过三轴试验确定，优点是考虑三维；缺点是试验复杂，非线性。

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[(1+\nu)\sigma_z - \Theta] \quad E = (1-2\nu)\frac{1+e_1}{e_1-e_2}\Theta$$

5.2 地基沉降的计算方法

4. 弹性理论法

主要特点：

- (1) 概念清楚，计算简便。
- (2) 但是土层一般非均质，各向异性，非线性。
- (3) 计算范围为半无限（无限深度），
结果常偏大。

5.2 地基沉降的计算方法

5. 应力路径法

主要特点：

- (1) 概念合理：考虑实际工程中土的应力路径。
- (2) 试验难度大（a）用非常规的三轴试验，（b）原状试样采取。
- (3) 代表性单元选取（图中点1和点2各近似什么应力路径？）。

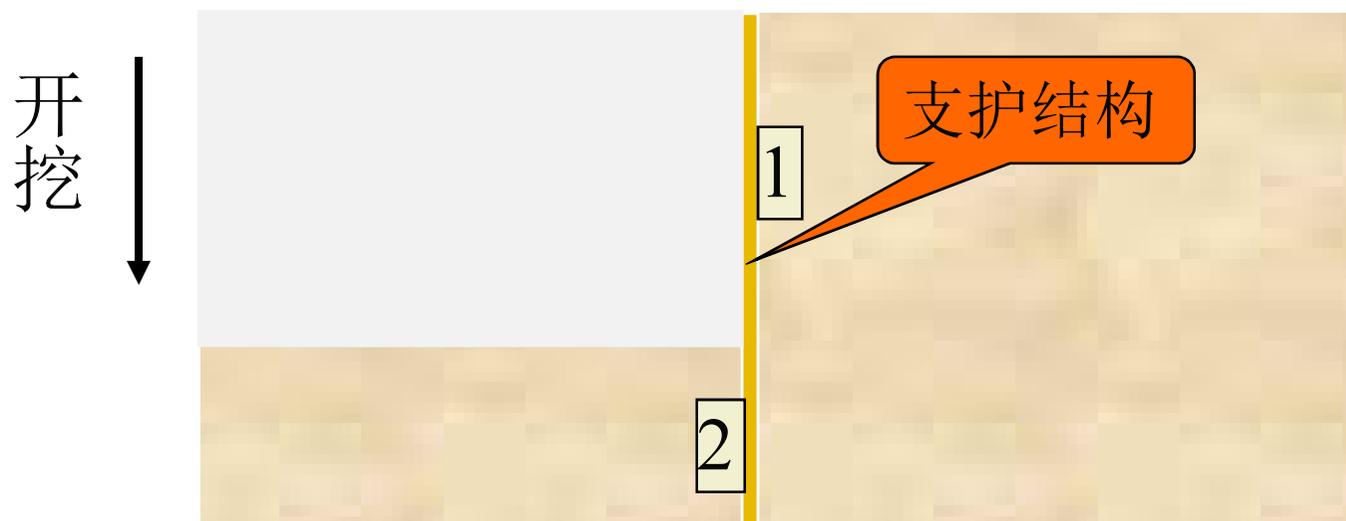


图5-31 不同位置土的应力路径

5.2 地基沉降的计算方法

6. 剑桥模型法

主要特点：

- (1) 考虑了土的剪缩性。
- (2) 适用于正常固结粘土及弱超固结粘土。
- (3) 可以同时得到 ε_z , ε_x 和 Δu 。
- (4) 由于剑桥模型是用重塑粘土试验，对于原状土的结构性考虑不足。

5.2 地基沉降的计算方法

7. 其它

地基沉降计算方法分类：

- (1) 弹性理论：线性与非线性，均质与非均质，各向同性与各向异性。
- (2) 工程实用法（如以上介绍）。
- (3) 现场试验法：静载、标贯、旁压、静力触探。
- (4) 数值算法：差分、有限元、其它数值方法……

第5章 土的压缩与固结

- ❖ 5.1 概述 注重物理机理和思路!
- ❖ 5.2 土的压缩与地基的沉降
- ❖ 5.3 地基沉降的计算
- ❖ 5.4 单向固结的普遍方程及一般问题
- ❖ 5.5 土的三维固结理论
- ❖ 5.6 关于土体固结的其它问题简介

P319

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

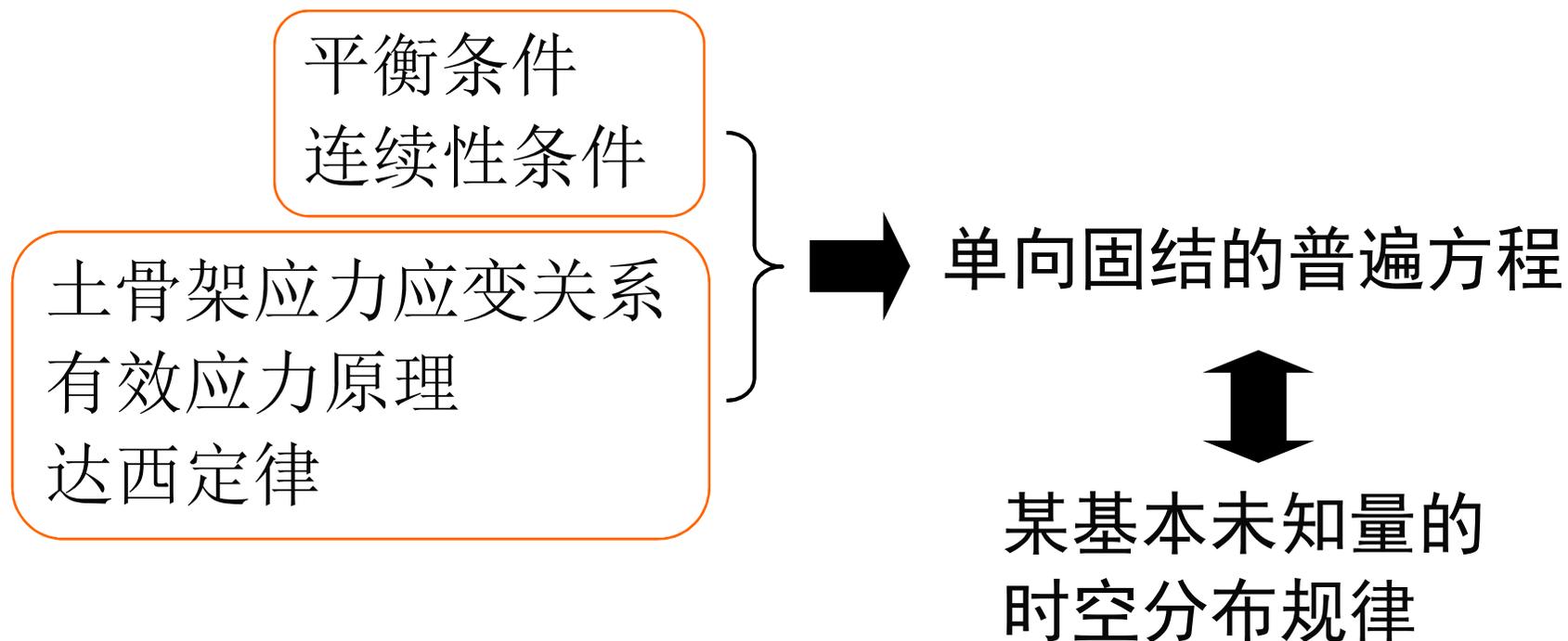
5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

5.4.1 单向固结的普遍方程

5.4.2 太沙基(Terzaghi)单向固结理论

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

5.4.1 单向固结的普遍方程



5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

5.4.1 单向固结的普遍方程

1. 平衡方程

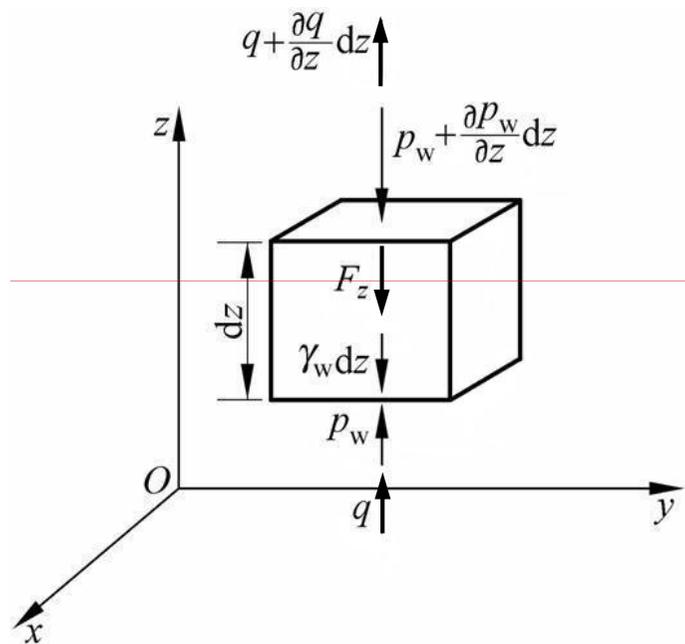


图5-32 土单元的竖向力

以 $dz \times$ 单位面积单元上的
孔隙水为隔离体

1) 渗透力的反作用力 F_z

$$F_z = -J_z = -i_z \gamma_w dz = -\frac{v}{k} \gamma_w dz$$

2) 孔隙水自重+骨架浮力的
反作用力: $-\gamma_w dz$

3) 水压力增量: $-\frac{\partial p_w}{\partial z} dz$

$$\frac{\partial p_w}{\partial z} + \gamma_w + \frac{v}{k} \gamma_w = 0$$

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

1. 平衡方程

$$\frac{\partial p_w}{\partial z} + \gamma_w + \frac{v}{k} \gamma_w = 0$$

对 z 求导，并假定 k 只随 z 变化

$$\frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} + \gamma_w \frac{1}{k} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\gamma_w}{k^2} v \frac{dk}{dz} = 0 \quad (1)$$

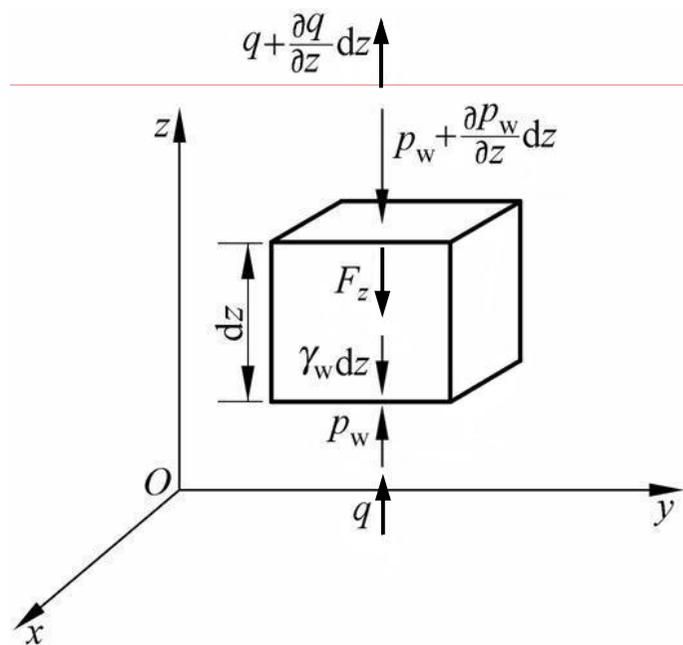
v = 出逸流速（虚拟），断面平均流速

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

2. 连续性方程

连续性条件:

$$dV = dQ \quad (dz, dt)$$



$$dV = \left(\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} dt \right) dz$$

$$dQ = \left(\frac{\partial q}{\partial z} dz \right) dt = \left(\frac{\partial v}{\partial z} dz \right) dt$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} dt dz = \frac{\partial v}{\partial z} dz dt$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (2)$$

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

3. 土骨架的应力应变关系

$$\varepsilon_v = \varepsilon_z = m_v \Delta \sigma' \quad \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = m_v \frac{\partial \Delta \sigma'}{\partial t}$$

连续性方程:
$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = m_v \frac{\partial \Delta \sigma'}{\partial t} \quad (3)$$

平衡方程:
$$\frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} + \gamma_w \frac{1}{k} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\gamma_w}{k^2} v \frac{dk}{dz} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} + \frac{\gamma_w m_v}{k} \frac{\partial \Delta \sigma'}{\partial t} - \frac{\gamma_w}{k^2} v \frac{dk}{dz} = 0 \quad (4')$$

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

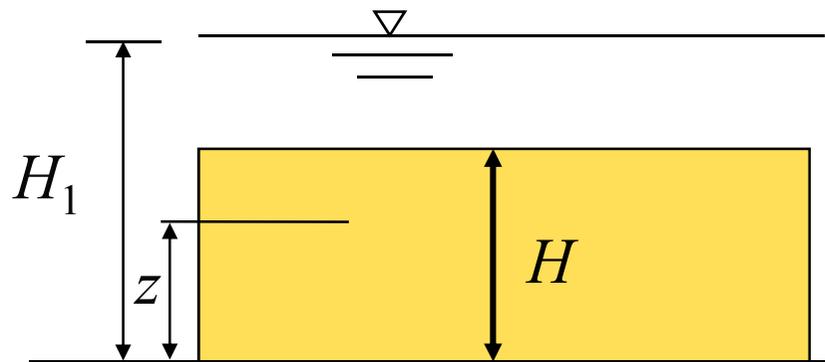


图5-33 土层剖面

超静
孔压

$$\frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} + \frac{\gamma_w m_v}{k} \frac{\partial \Delta \sigma'}{\partial t} - \frac{\gamma_w}{k^2} v \frac{dk}{dz} = 0 \quad (4')$$

$$p_w = u + \gamma_w (H_1 - z) \quad v = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z}$$

得:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \frac{\partial \Delta \sigma'}{\partial t} + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4'')$$

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \frac{\partial \Delta \sigma'}{\partial t} + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4'')$$

$$\sigma' = \Delta \sigma + \gamma'(H - z) - u \quad H: \text{土层厚度}$$

$$\frac{\partial \Delta \sigma'}{\partial t} = \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \left[\frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right] + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

4. 单向固结的普遍方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \left[\frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right] + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

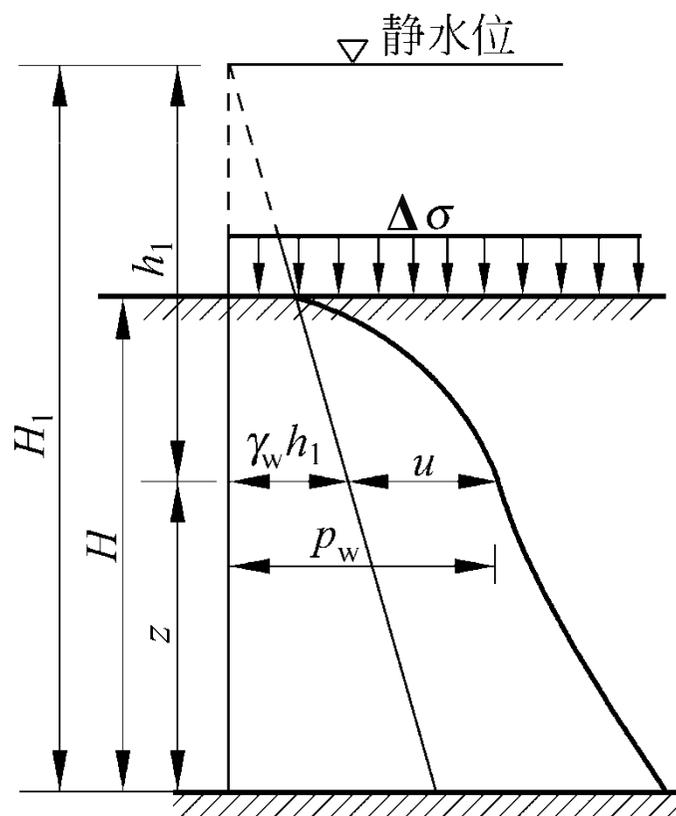


图5-34 土层内的应力分布

P321 式5-74
105

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

单向固结的普遍方程的意义

外荷载随时间变化

土层厚度随时间变化

渗透系数是深度的函数

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \left[\frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right] + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

5.4.2 太沙基(Terzaghi)单向固结理论

适用条件:

- (1) 土体是均质的，完全饱和的；
- (2) 土粒与水均为不可压缩介质，土体变形完全是由孔隙水排出所引起；
- (3) 土的渗透系数 k 与体积压缩系数 m_v 均为常量（应力与应变直线关系）；
- (4) 外荷重瞬时加到土体上，在固结过程中保持不变；
- (5) 土体中只引起单向的渗流与压缩；
- (6) 土中渗流服从达西定律。

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

$$0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \left[\frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right] + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

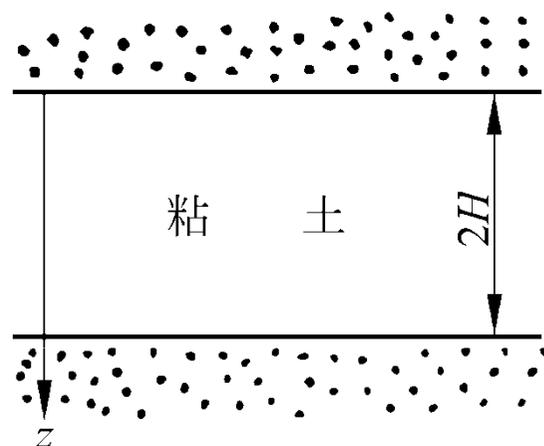
$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{m_v \gamma_w}{k} \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

$$C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w}$$

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

孔隙水压力的分布



$$u = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2u_0}{M} \sin \frac{Mz}{H} \right) \exp(-M^2 T_v)$$

$$M = \pi(2m+1)/2$$

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}$$

图5-35 土层的固结

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

固结度

一点的固结度:
$$U_z = \frac{u_0 - u}{u_0} = \frac{\sigma - u}{u_0} = 1 - \frac{u}{u_0}$$

$$U_z = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} \right) \exp(-M^2 T_v)$$

P323 式5-80

平均固结度:
$$U = 1 - \frac{\int_0^{2H} u dz}{\int_0^{2H} u_0 dz}$$

$$U = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2}{M^2} \right) \exp(-M^2 T_v)$$

P323 式5-83

5.4 单向固结的普遍方程及一般问题

一层土的固结度的表示

$$U = 1 - \frac{\int_0^{2H} u dz}{\int_0^{2H} u_0 dz}$$

$$U = S / S_{\infty}$$

P324 式5-85

二者是完全等价的

5.5 单向固结的复杂情况

5.5.1 荷载随时间变化

5.5.2 土层厚度随时间变化

5.5.3 成层地基

5.5.4 有限应变土层的固结

5.5 单向固结的复杂情况

5.5.1 荷载随时间变化

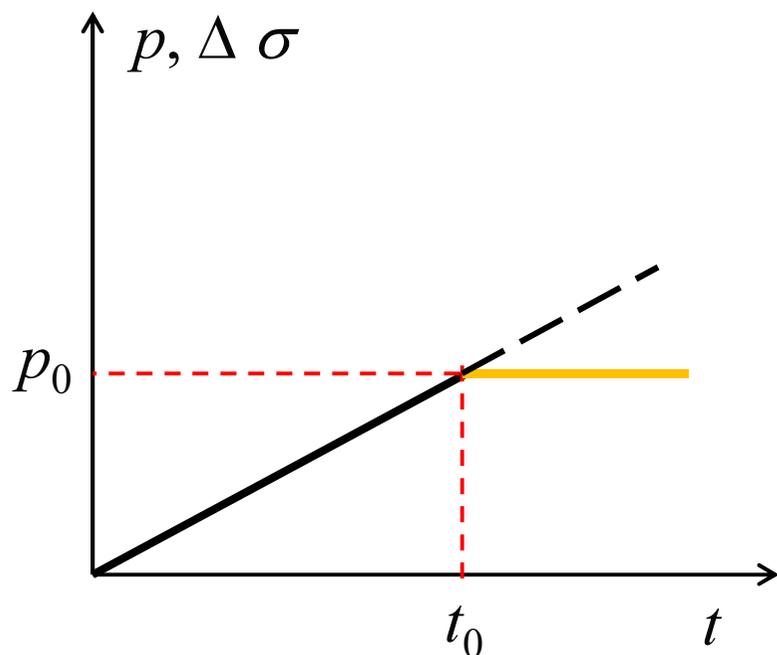
$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \left[\frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right] + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$\Delta \sigma$ 随时间变化

$= 0$

$= 0$

5.5 单向固结的复杂情况



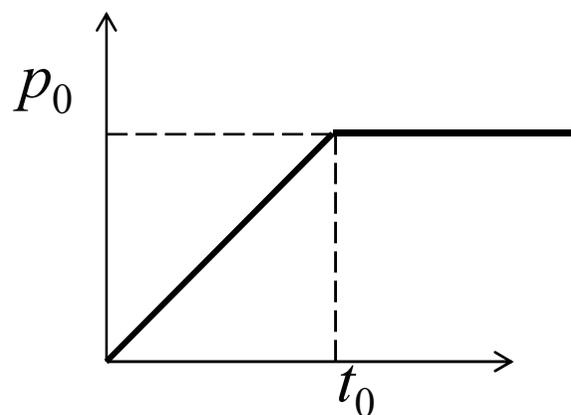
$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t}$$

图5-37 荷载随时间线性增加情况

$$t < t_0 \quad \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} = \frac{p_0}{t_0} = \frac{u_0}{t_0}$$

u_0 : 在 p_0 作用下, 不排水时的土层超静孔隙水压力

5.5 单向固结的复杂情况



$$t < t_0, \quad T_v < T_{v0}$$

施工期

$$T_{v0} = \frac{C_v t_0}{H^2}$$

图5-38

土层平均超静孔隙水压力

$$\bar{u}(T_v) = \frac{32u_0}{T_{v0} \pi^4} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left[1 - \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 T_v}{4}\right) \right]$$

5.5 单向固结的复杂情况

$t < t_0$

1. 孔压总是增加
2. T_{v0} 越大，加载时间长，孔压消散时间长，孔压比较小。

$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} < 1.0$

$t = t_0, T_v = T_{v0}$
竣工孔压线

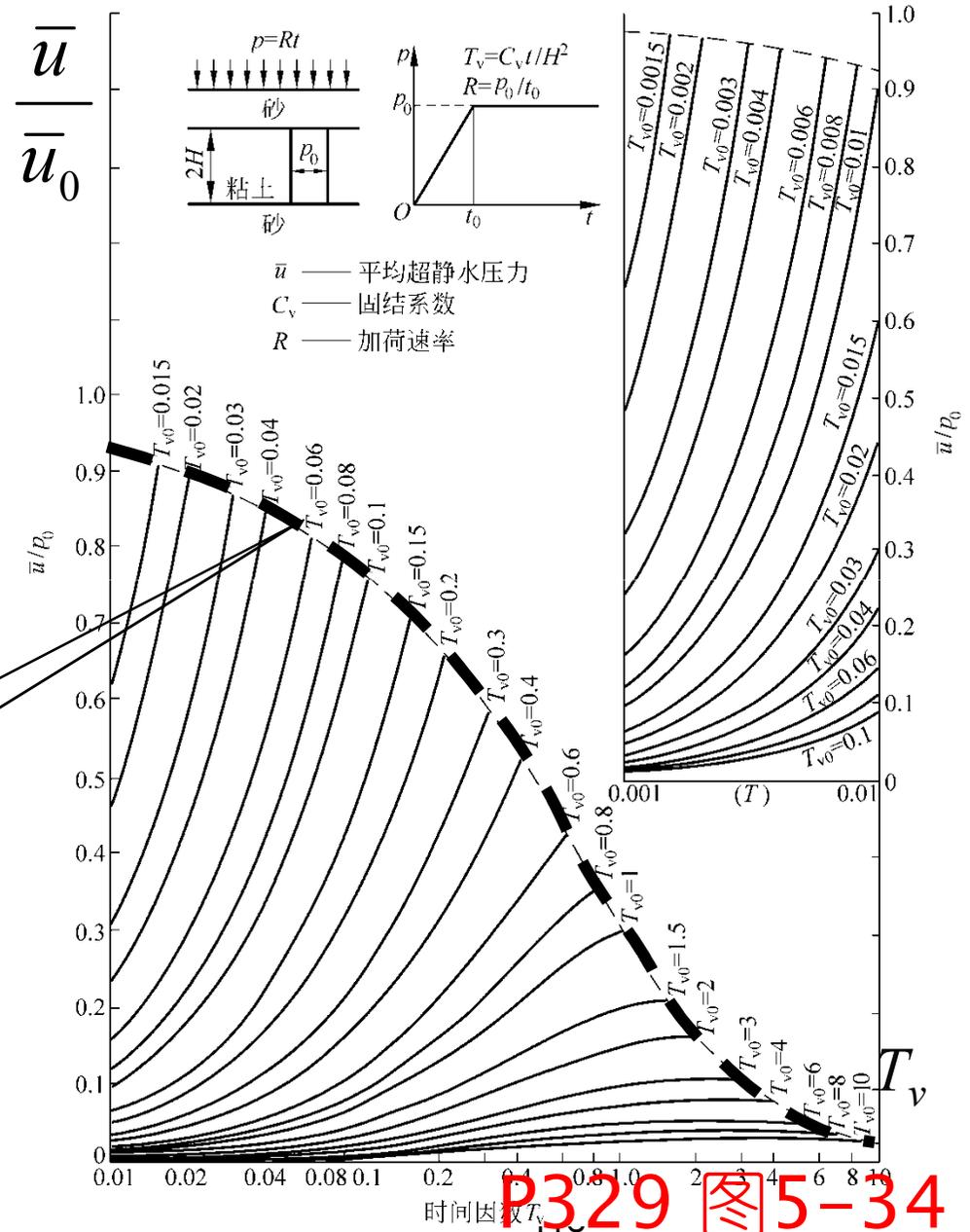


图5-39 施工期的固结曲线

5.5 单向固结的复杂情况

当 T_{v0} 接近于 0 时
(瞬时加载)

— 太沙基理论

$$T_{v0} = 0, \quad \frac{\bar{u}}{u_0} = 1.0$$

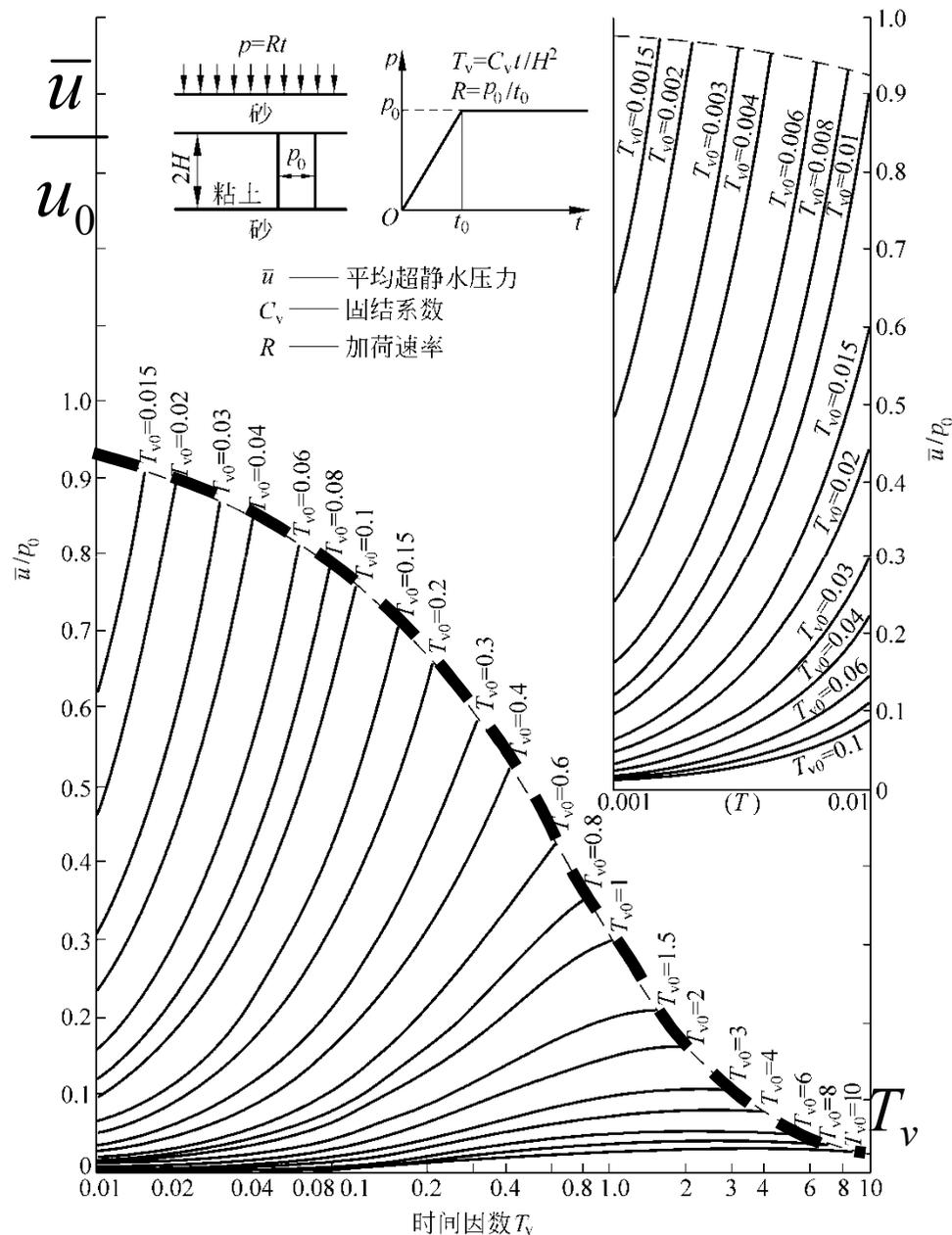
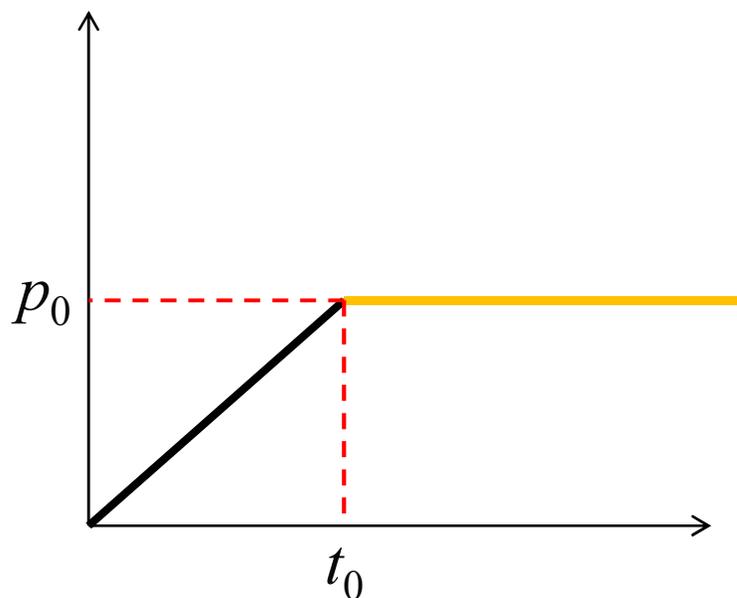


图5-40

5.5 单向固结的复杂情况

2. 线性—不变荷载



$$t > t_0, \quad \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} = 0$$

图5-41 从线性到常荷载

施工结束，地基荷重变为恒定值。

5.5 单向固结的复杂情况

$$t > t_0, T_v > T_{v0} \quad \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} = 0$$

$$\bar{u}(T_v) = \frac{32u_0}{T_{v0}\pi^4} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left[1 - \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 T_{v0}}{4}\right) \right] \exp\left[-\frac{n^2 \pi^2}{4}(T_v - T_{v0})\right]$$

5.5 单向固结的复杂情况

Terzaghi 线

竣工时孔压

1. 曲线递减
2. T_{v0} 很小时接近 Terzaghi 线
3. T_{v0} 越大, 竣工时孔压越小。

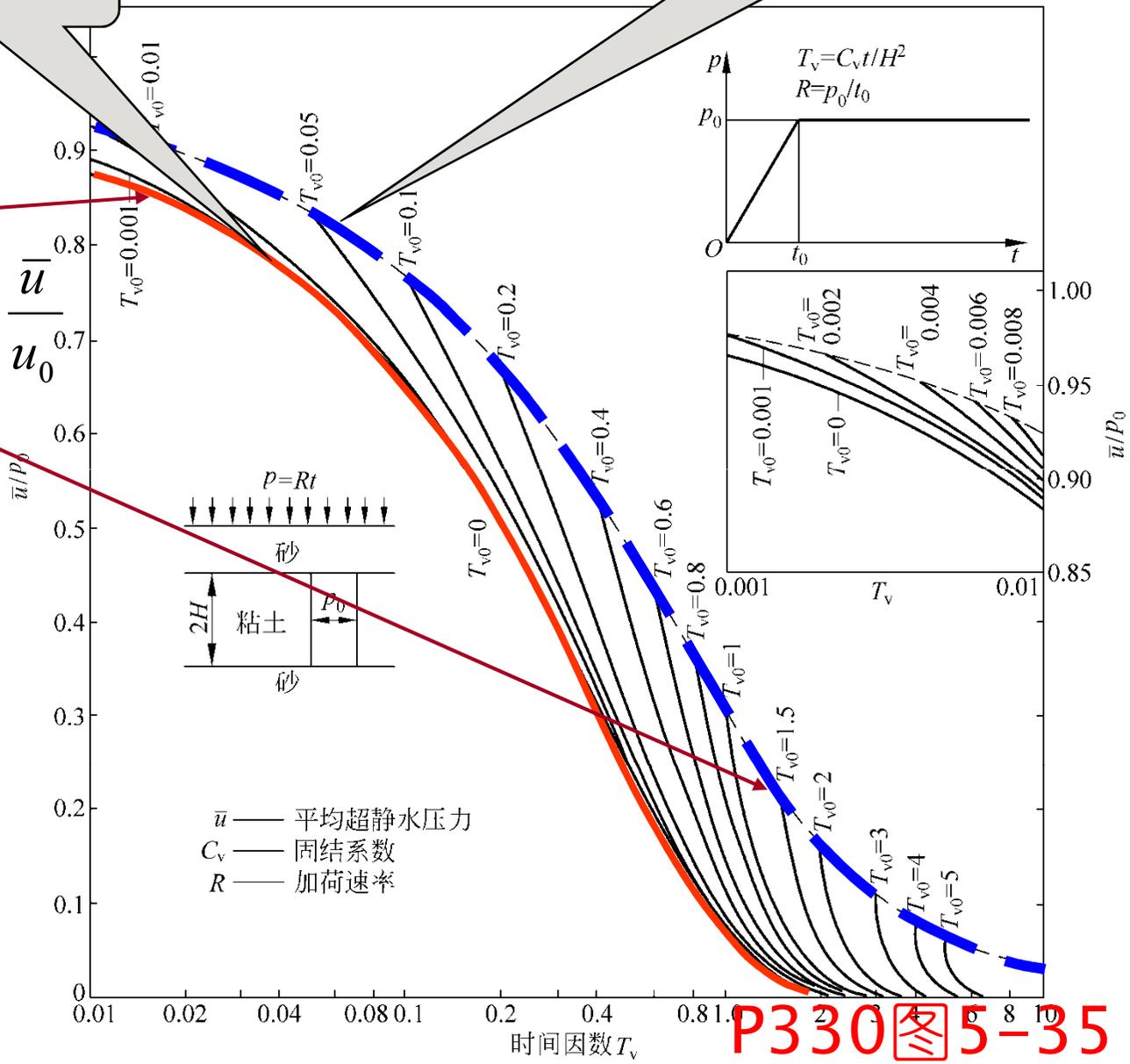
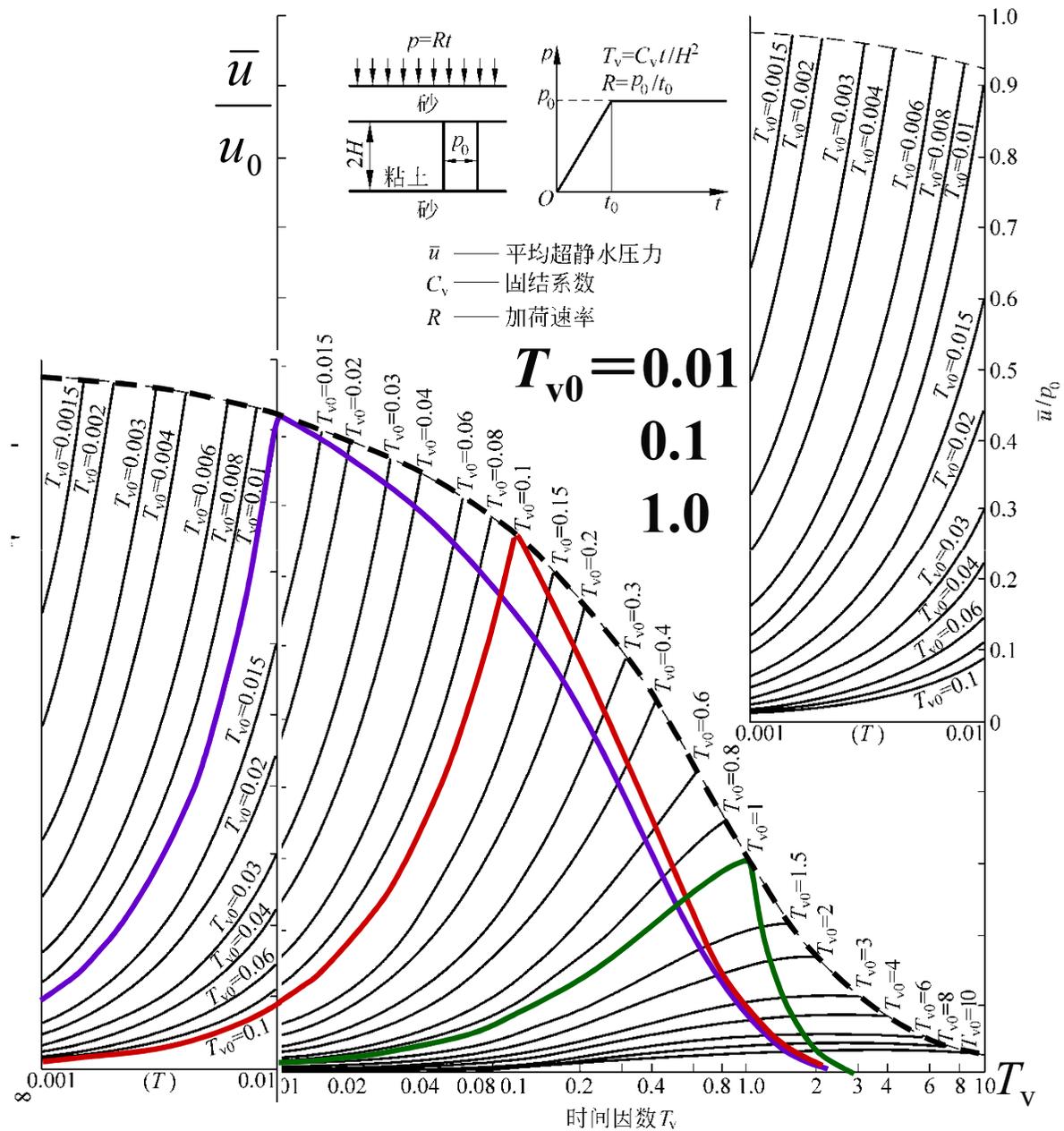


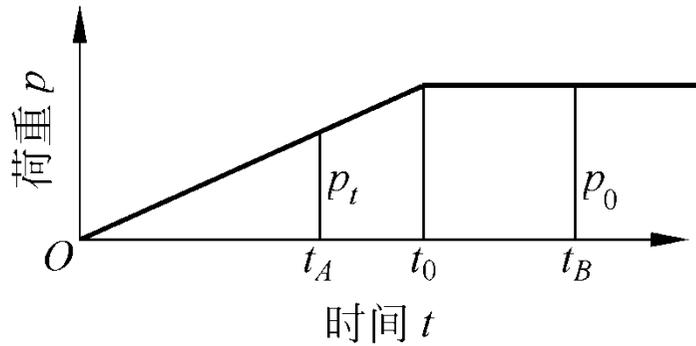
图5-42
竣工后的固结

5.5 单向固结的复杂情况



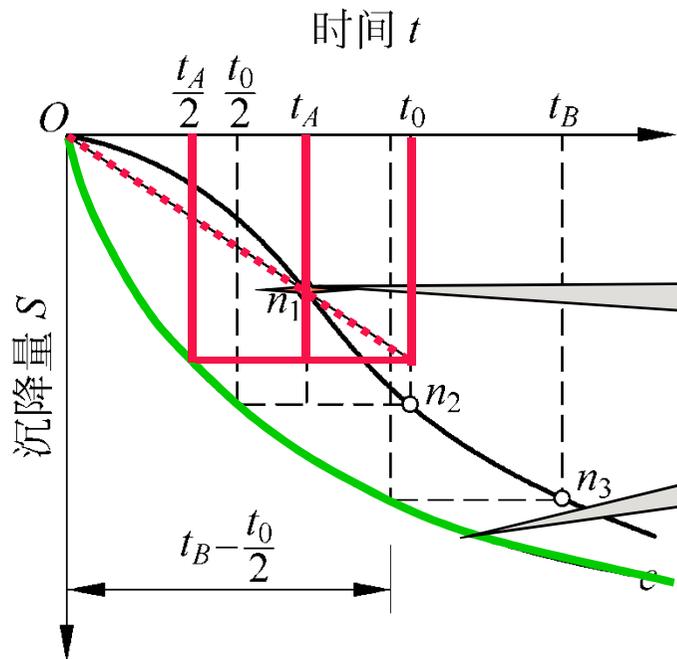
5.5 单向固结的复杂情况

3. 简化法—用太沙基瞬时加载固结的结果简化计算荷载随时间线性变化的情况



$$t_A < t_0$$

$$S_{t_A} = S'_{t_A/2} p_t / p_0$$



$S'_{t_A/2}$ Terzaghi 在瞬时荷载 p_0 作用下 $t_A/2$ 时的沉降

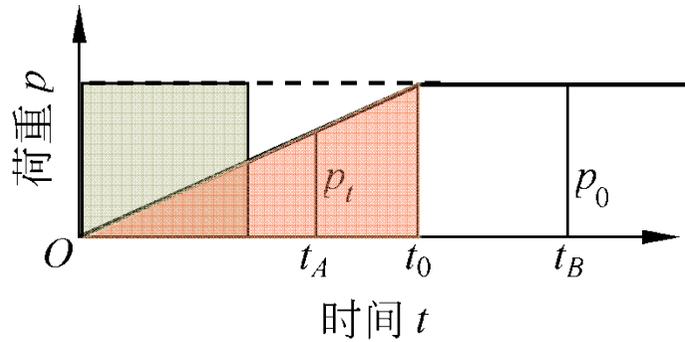
n_1

太沙基瞬时固结曲线 S'

图5-43 图解法

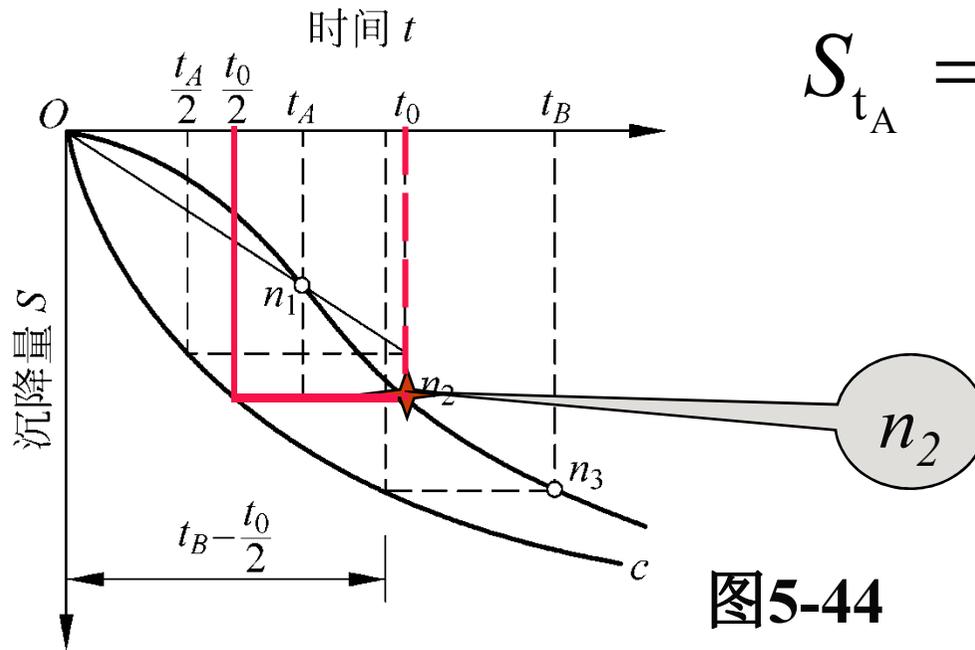
5.5 单向固结的复杂情况

3. 简化法



$$S_{t_A} = S'_{t_A/2} p_t / p_0$$

$$t_A = t_0$$

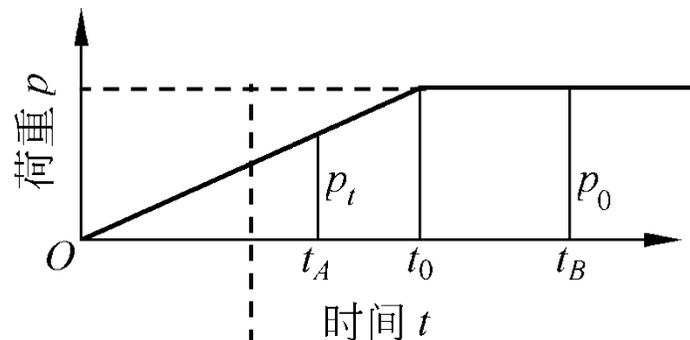


$$S_{t_A} = S_{t_0} = S'_{t_0/2}$$

图5-44

5.5 单向固结的复杂情况

3. 简化法



$$t_B > t_0$$

$$S_{t_B} = S'_{(t_B - t_0 / 2)}$$

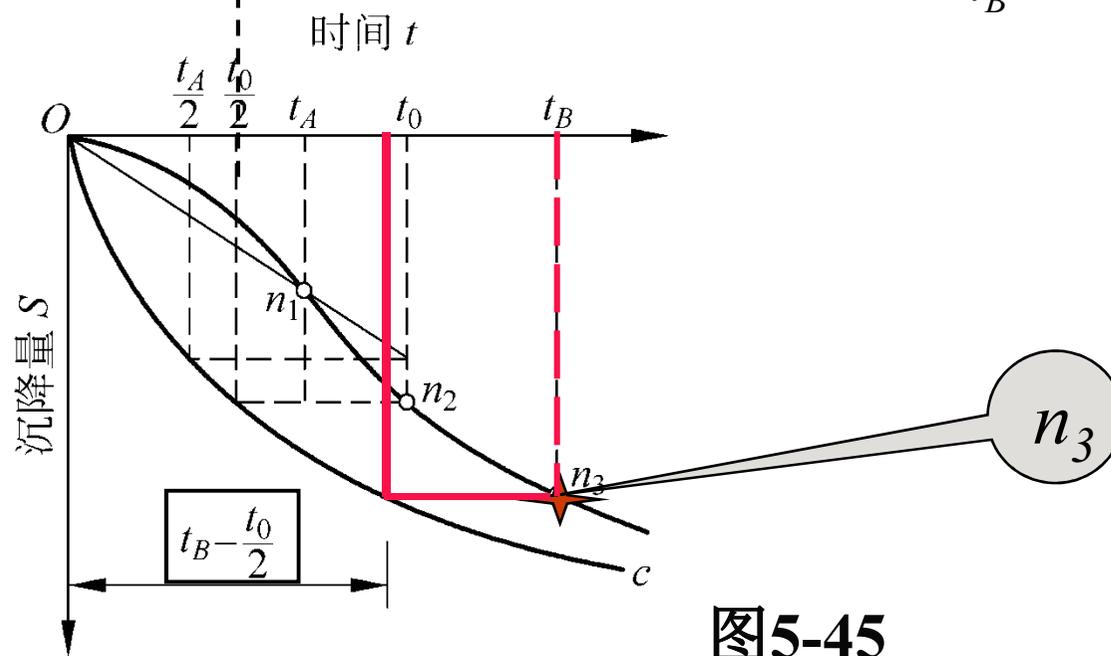


图5-45

5.5 单向固结的复杂情况

4. 叠加法—将变化荷载当成几次瞬时施加的荷载

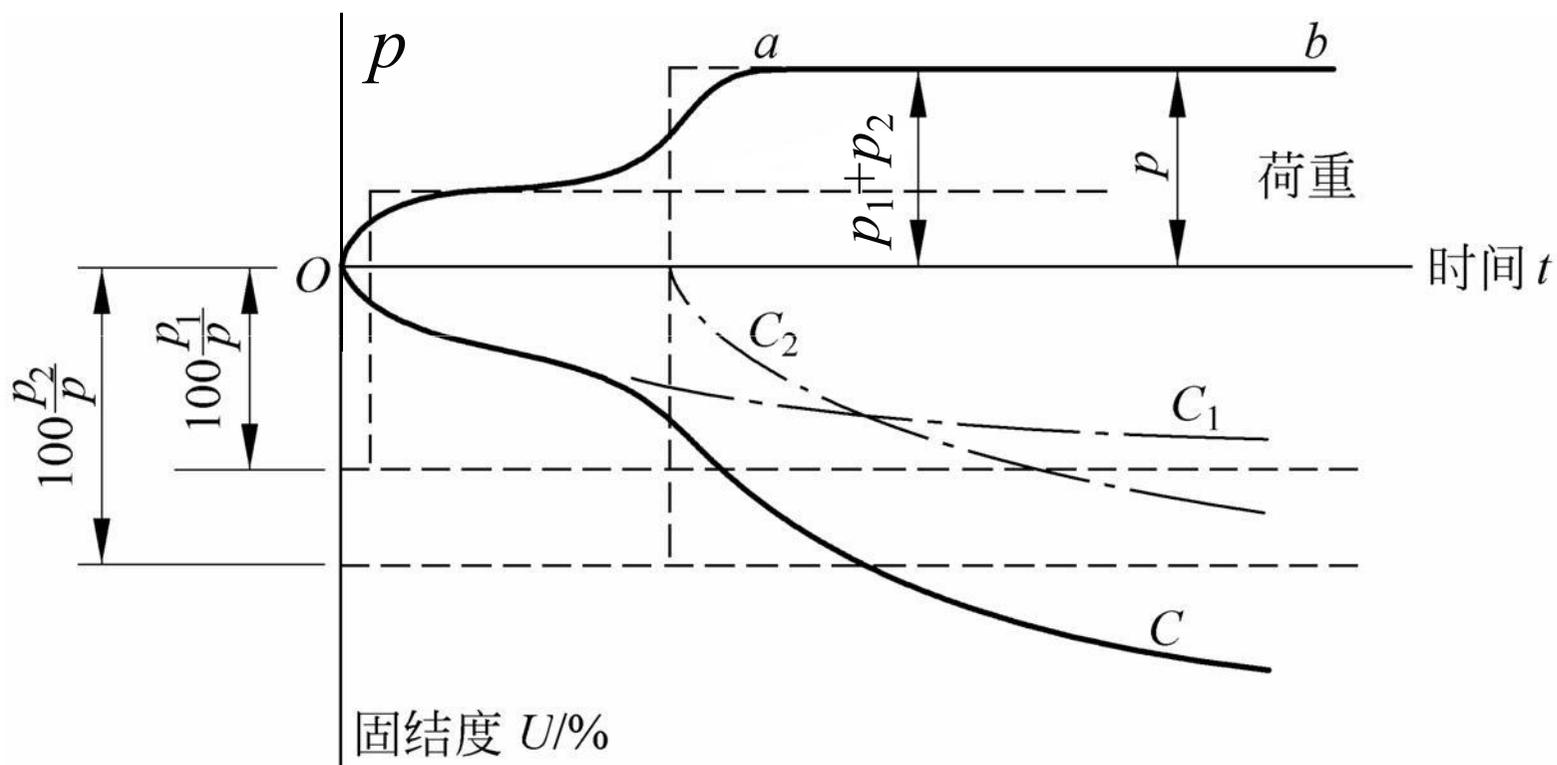


图5-46 叠加法

5.5 单向固结的复杂情况

p_1+p_2 也可以多次荷载叠加，最后将曲线光滑

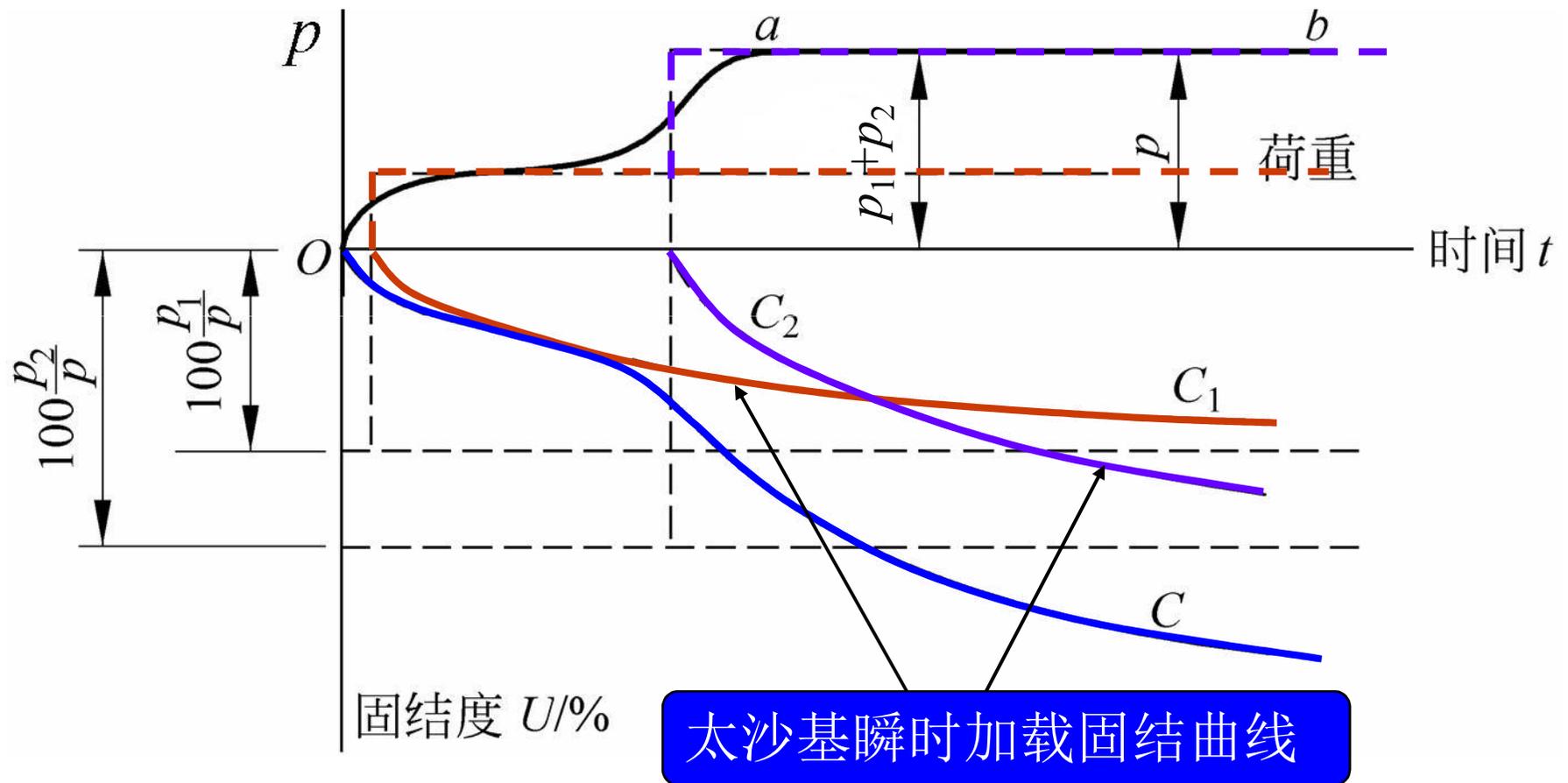
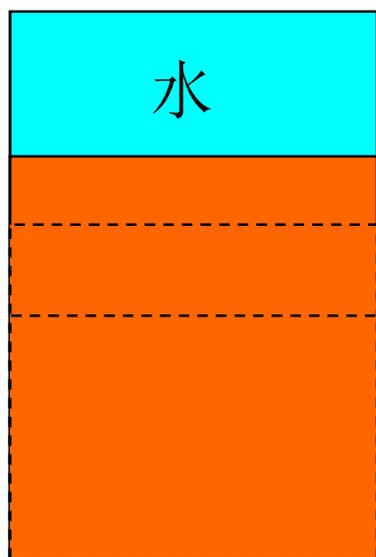


图5-47

5.5 单向固结的复杂情况

5.5.2 土层厚度随固结时间变化

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{m_v \gamma_w}{k} \left[\frac{\partial \Delta \sigma}{\partial t} + \gamma' \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right] + \frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$



=0

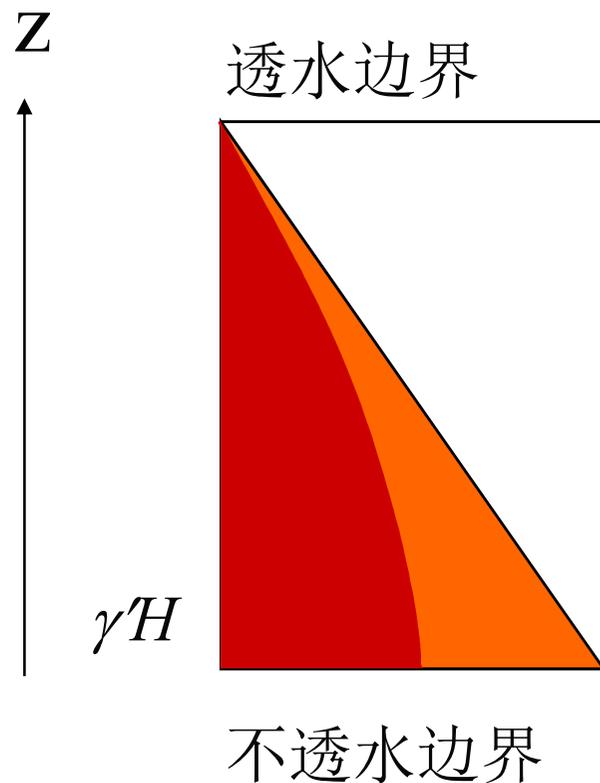
=0

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} - \gamma' \frac{\partial H}{\partial t}$$

图5-48 土层厚度随时间变化

5.5 单向固结的复杂情况

边界条件



$$\left. \begin{array}{l} \text{当 } z = H \text{ 时, } u = 0 \text{ (} u \text{—超静水压力)} \\ \text{当 } z = 0 \text{ 时, } \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \text{ (不排水面)} \end{array} \right\}$$

图5-49 边界条件

5.5 单向固结的复杂情况

1. 沉积土层厚度与时间平方根成正比

$H=Rt^{1/2}$, R —表示沉积速率的常数

$$u = \gamma' R t^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\exp\left(-\frac{z^2}{4C_v t}\right) + \frac{z}{2} \left(\frac{\pi}{C_v t}\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{C_v t}}\right)}{\exp\left(-\frac{R^2}{4C_v}\right) + \frac{R}{2} \left(\frac{\pi}{C_v}\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{erf}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_v}}\right)} \right]$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

误差函数

5.5 单向固结的复杂情况

超静孔压的分布($H=Rt^{1/2}$)

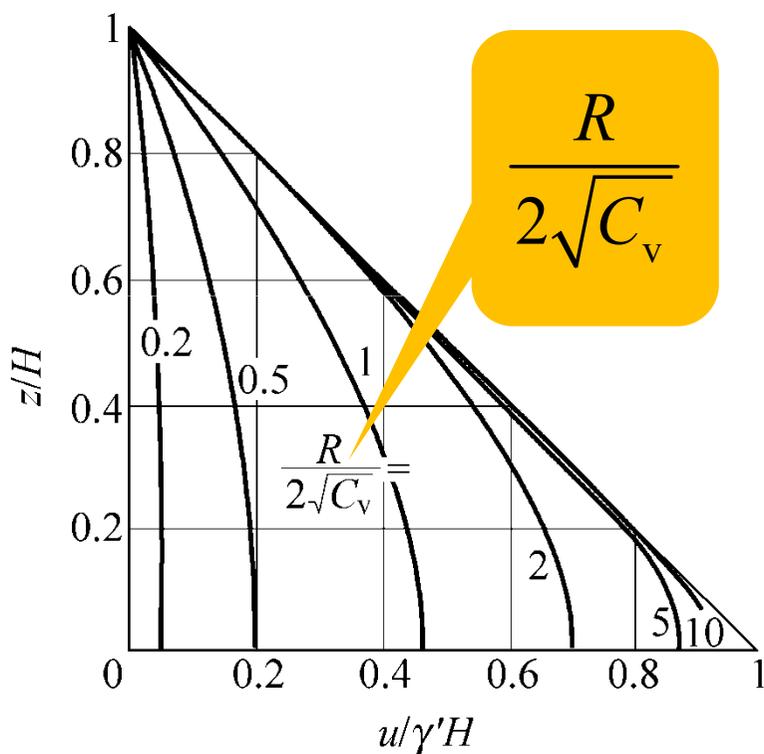


图5-53

1. 与时间无关：任意时刻， $u/\gamma'H$ 的分布形状相同
2. H 增加，图形比例加大
3. 只与 $R/(2\sqrt{C_v})$ 有关

沉积速率快，固结系数小， $R/(2\sqrt{C_v})$ 加大。相对孔压大。

5.5 单向固结的复杂情况

2. 沉积土层厚度与时间成正比

即 $H=Qt$

接近实际情况

但不易获得解析解

$$u = \gamma'Qt - \gamma'(\pi C_v t)^{-1/2} \exp \frac{-z^2}{4C_v t} \int_0^{\infty} \xi \tanh \frac{Q\xi}{2C_v} \cosh \frac{z\xi}{2C_v} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4C_v t}\right) d\xi$$

ξ 是为满足边界条件需要选定的某函数

5.5 单向固结的复杂情况

- 1) 与时间有关，随时间 t 加大，曲线向前运动，孔压加大；
- 2) 与沉积速率有关，速率快（ Q 大），孔压大
- 3) 固结系数大，孔压小

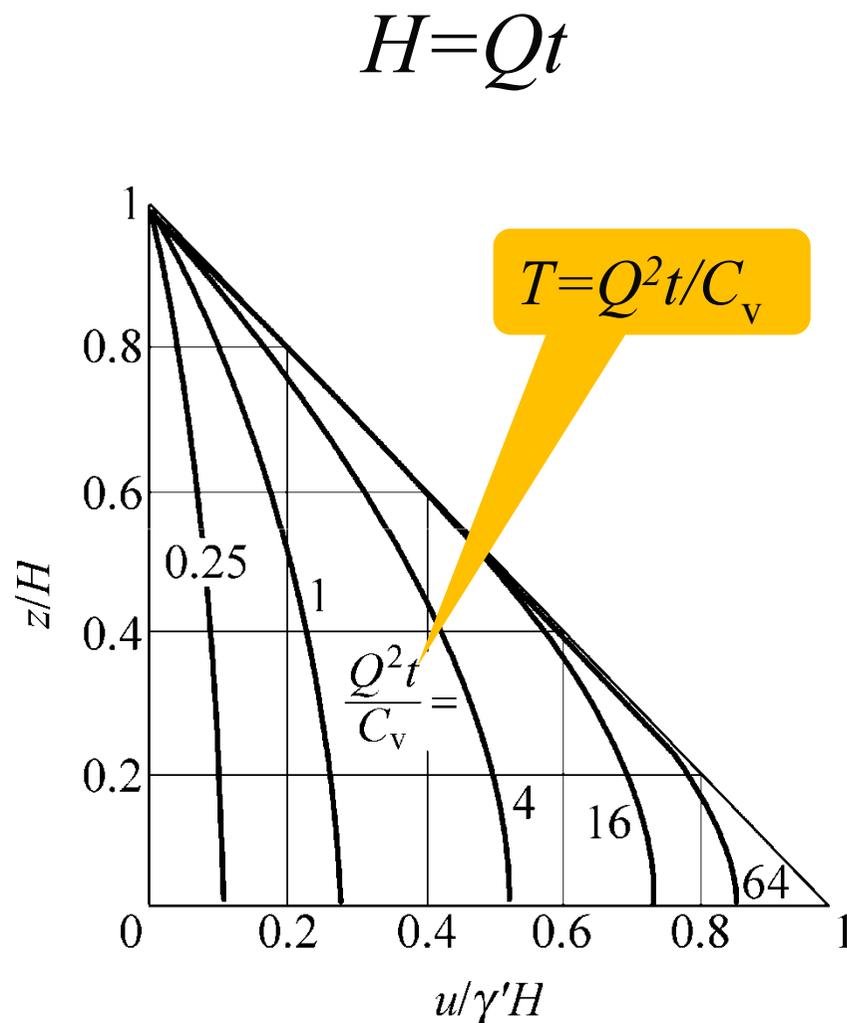


图5-55

5.5 单向固结的复杂情况

平均固结度

$$U = 1 - \frac{\int_0^H u dz}{\gamma' \int_0^H (H - z) dz}$$

5.5 单向固结的复杂情况

5.5.3 成层地基

理论解十分复杂，一般可以使用近似解

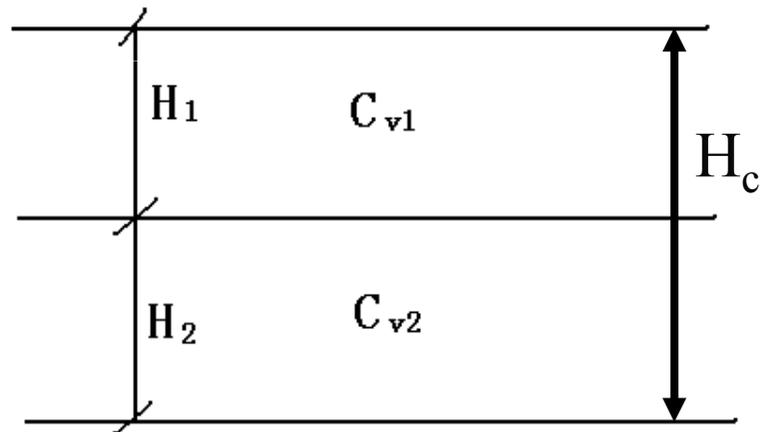


图5-56 成层地基

5.5 单向固结的复杂情况

1. 化引当量层法(等效厚度法)

双层地基:

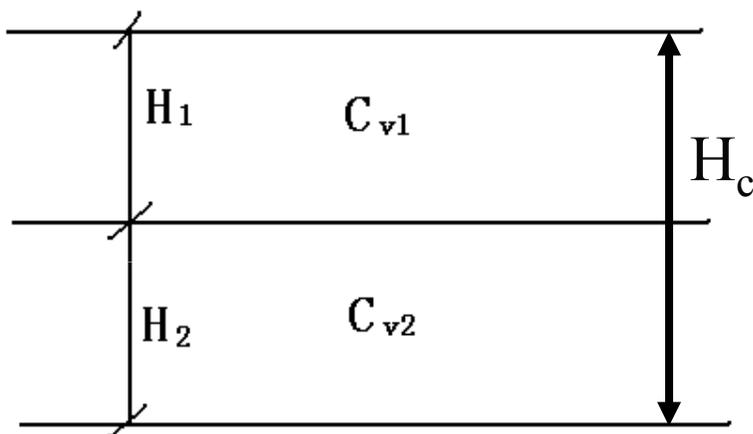


图5-57

第二层土的等效厚度

设 $C_{vc} = C_{v1}$

对于第二层土:

$$T_v = \frac{C_{v2}t}{H_2^2} = \frac{C_{v1}t}{H_2'^2}$$

$$H_2' = \sqrt{\frac{C_{v1}}{C_{v2}}} \cdot H_2$$

5.5 单向固结的复杂情况

多层地基：

$$H_C = H_1 + H'_2 + H'_3 + \dots$$

固结系数为：

$$C_{vc} = C_{v1}$$

如果分层中夹有透水层，则应将该层视为自由排水面，而将二透水层之间的土层分别计算它们的固结过程，将相同时刻的压缩量予以迭加。

5.5 单向固结的复杂情况

2. 平均指标法（等效指数法）

$$t = \frac{H^2}{\bar{C}_v} T_v$$

\bar{C}_v 并不是 C_{vi} 的平均值

$$\bar{C}_v = \frac{\bar{k}}{\bar{m}_v \gamma_w}$$

5.5 单向固结的复杂情况

$$\bar{C}_v = \frac{\bar{k}}{\bar{m}_v \gamma_w}$$

$$\bar{k} = \frac{\sum h_i}{\sum \left(\frac{h_i}{k_i} \right)}$$

$$\bar{m}_v = \frac{\sum m_{vi} h_i}{\sum h_i}$$

垂直渗透的等效渗透系数 k_v 加权平均的体积压缩系数

这种情况只适用于各层土的 k_i , m_{vi} 相差不大时。

5.5 单向固结的复杂情况

达到某一固结度 $U(T_v)$ 所需要的时间 t

$$t = \frac{H^2}{\bar{C}_v} T_v \quad H = \sum h_i$$

$$\bar{C}_v = \frac{\bar{k}}{\bar{m}_v \gamma_w} \quad \bar{k} = \frac{\sum h_i}{\sum \left(\frac{h_i}{k_i} \right)} \quad \bar{m}_v = \frac{\sum m_{vi} h_i}{\sum h_i}$$

$$t = \sum \frac{h_i}{m_{vi} C_{vi}} \sum m_{vi} h_i T_v$$

5.5 单向固结的复杂情况

5.5.4 有限应变土层的固结

大应变的固结理论

小应变张量：柯西(Cauchy) ε_{ij}

大应变张量：格林(Green) E_{ij}

$$\varepsilon < 10\%$$

采用Terzaghi 固结理论计算

实际的应变可能比10%大，到 $a \times 10\%$

5.5 单向固结的复杂情况

如果 $\varepsilon \geq 10\%$ ，可按下式计算厚度

$$h = h_0 - \frac{S_t}{2N_D}$$

N_D ——排水面的数目。

S_t ——地基在时间 t 时的沉降，
仍按 Terzaghi 理论差分计算

5.5 单向固结的复杂情况

有限应变土层的固结

- ◆ 实际上压缩系数 m_v 非常量；
- ◆ 有效应力与孔隙比已具有非线性关系；
- ◆ 渗透系数 k 依赖于孔隙比，其计算比较复杂。

可采用差分解法等

第5章 土的压缩与固结

- ❖ 5.1 概述
- ❖ 5.2 土的压缩与地基的沉降
- ❖ 5.3 地基沉降的计算方法
- ❖ 5.4 单向固结的普遍方程及一般问题
- ❖ 5.5 单向固结的复杂情况
- ❖ 5.6 土的三维固结理论
- ❖ 5.7 关于土体固结的其它问题简介 **P336**

5.6 土的三维固结理论

5.6.1 三向压缩比奥 (Biot) 固结理论

5.6.2 太沙基 (Terzaghi) — 伦杜立克 (Rendulic)
准三维固结理论 (扩散方程)

5.6.3 两种固结理论的比较—原理与条件

5.6.4 三向固结的轴对称问题—砂井预压固结计算

5.6 土的三维固结理论

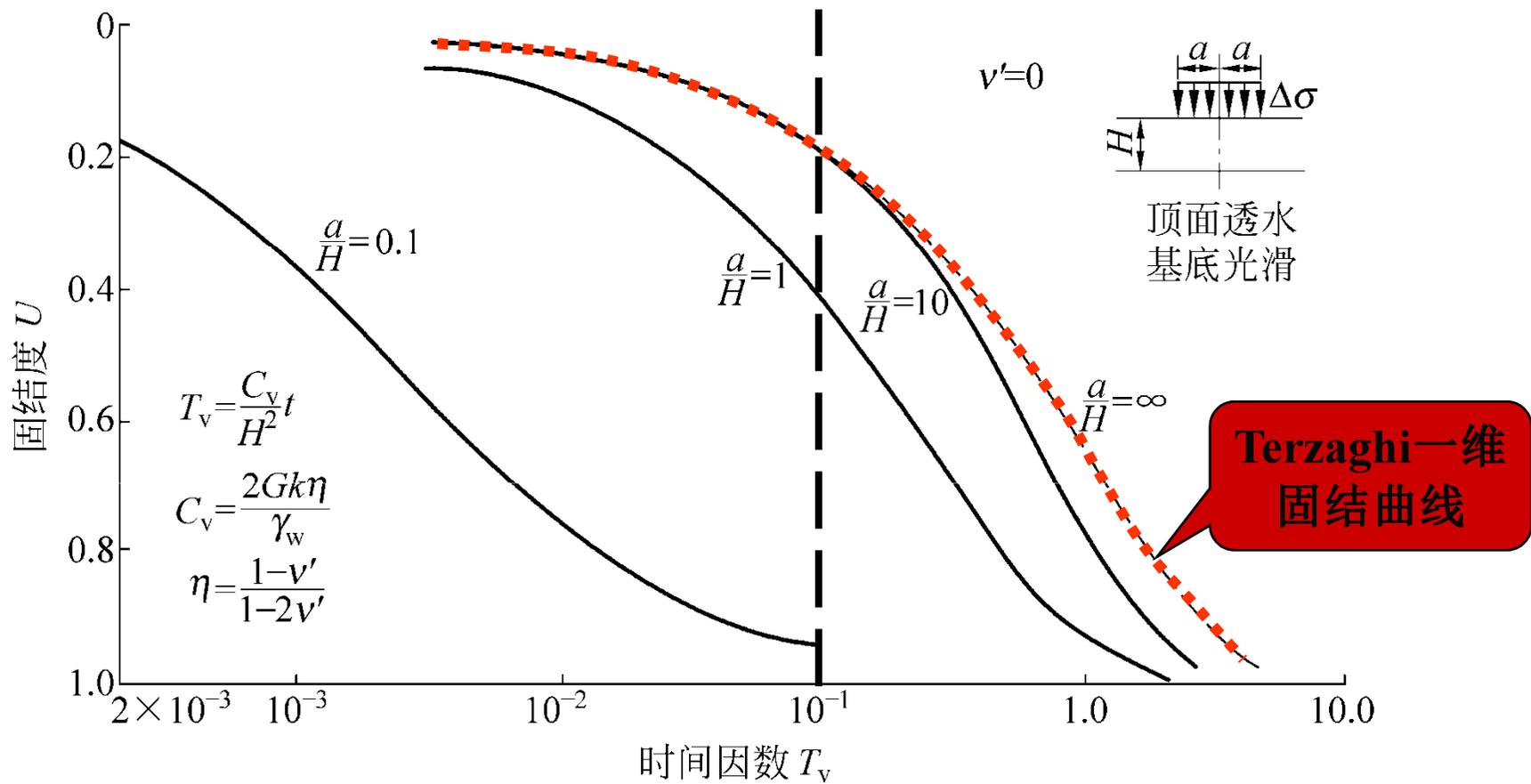


图5-58 圆形基础下土层的三维固结曲线

一维（单向）与三维固结计算的区别

5.6 土的三维固结理论

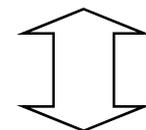
5.6.1 三向压缩比奥（Biot）固结理论

5.6 土的三维固结理论

平衡条件
连续性条件

几何条件
土骨架应力应变关系
有效应力原理
达西定律

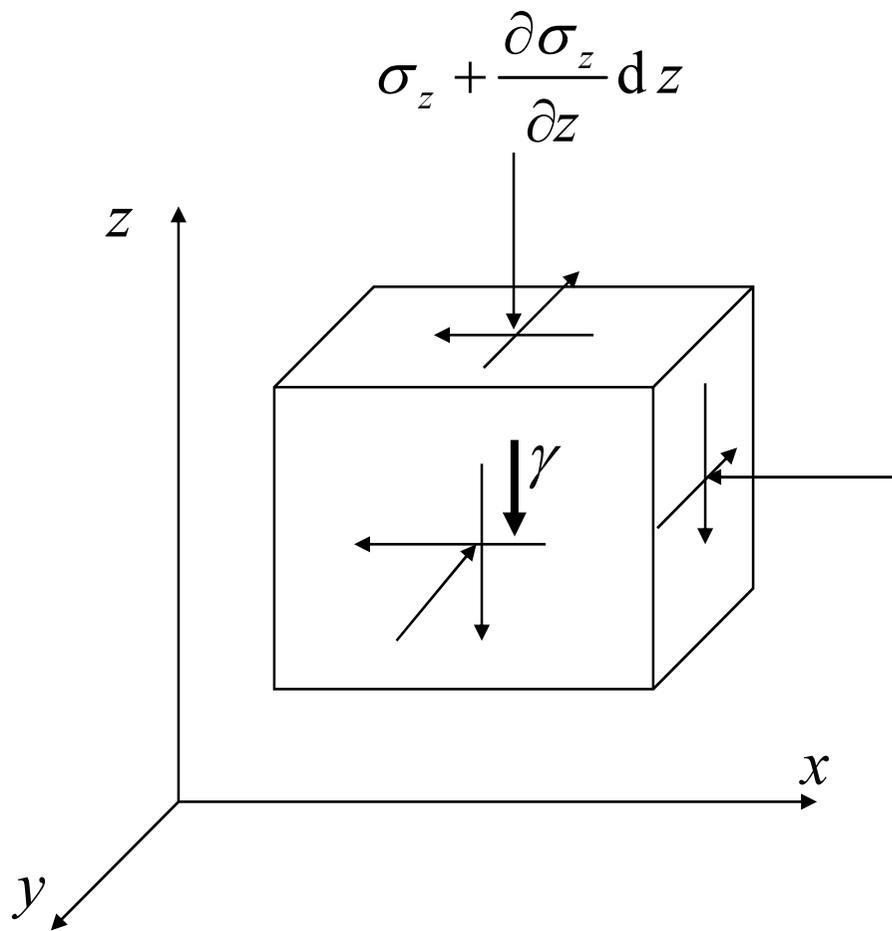
⇒ 三向压缩比奥固结方程



某些基本未知量的
时空分布规律

5.6 土的三维固结理论

1. 平衡方程



$$\sigma_{ij,j} = f_i$$

f_i 为体积力

以土骨架为隔离体:

$$\sigma_z = \sigma'_z + u$$

图5-46 单元体上的应力

5.6 土的三维固结理论

以土骨架作隔离体的平衡方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} &= -\gamma \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

5.6 土的三维固结理论

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} &= -\gamma \end{aligned} \right\}$$

三个方向上的渗透力:

$$i_x \gamma_w, i_y \gamma_w, i_z \gamma_w \quad -\frac{\partial u}{\partial x}, -\frac{\partial u}{\partial y}, -\frac{\partial u}{\partial z} \quad (u \text{ 为超静水压力})$$

u : 为超静水压力时, γ 为浮容重 γ' ;

u : 为总水压力 (包括静水压力) 时, γ 为饱和容重 γ_{sat} 。

P338 式5-121

5.6 土的三维固结理论

2. 几何条件：应变-位移关系

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{-\partial u^s}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{-\partial v^s}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{-\partial w^s}{\partial z} \\ \gamma_{yz} &= -\left(\frac{\partial w^s}{\partial y} + \frac{\partial v^s}{\partial z}\right) \\ \gamma_{zx} &= -\left(\frac{\partial u^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial x}\right) \\ \gamma_{xy} &= -\left(\frac{\partial v^s}{\partial x} + \frac{\partial u^s}{\partial y}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

u^s, v^s, w^s : 土骨架在 x, y, z 方向的位移

P338 式5-122

5.6 土的三维固结理论

3. 土骨架的应力应变关系-线弹性广义胡克定律

$$\left. \begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{1}{E'} [\sigma'_x - \nu'(\sigma'_y + \sigma'_z)] \\
 \varepsilon_y &= \frac{1}{E'} [\sigma'_y - \nu'(\sigma'_x + \sigma'_z)] \\
 \varepsilon_z &= \frac{1}{E'} [\sigma'_z - \nu'(\sigma'_x + \sigma'_y)] \\
 \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G'} = \frac{2(1+\nu')\tau_{yz}}{E'} \\
 \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G'} = \frac{2(1+\nu')\tau_{zx}}{E'} \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G'} = \frac{2(1+\nu')\tau_{xy}}{E'}
 \end{aligned} \right\} \varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu'}{E'} \sigma'_{ij} - \frac{\nu'}{E'} \sigma'_{kk} \delta_{ij} \quad (3)$$

5.6 土的三维固结理论

或者

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= 2G' \left(\varepsilon_x + \frac{\nu'}{1-2\nu'} \varepsilon_v \right) \\ \sigma'_y &= 2G' \left(\varepsilon_y + \frac{\nu'}{1-2\nu'} \varepsilon_v \right) \\ \sigma'_z &= 2G' \left(\varepsilon_z + \frac{\nu'}{1-2\nu'} \varepsilon_v \right) \\ \tau_{xy} &= G' \gamma_{xy}, \quad \tau_{yz} = G' \gamma_{yz}, \quad \tau_{zx} = G' \gamma_{zx} \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma'_{ij} = 2G' \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3')$$

5.6 土的三维固结理论

或者

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu'}{E'} \sigma'_{ij} - \frac{\nu'}{E'} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3'')$$

$$\sigma'_{ij} = 2G' \varepsilon_{ij} + \lambda' \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

$$G' = \frac{E'}{2(1+\nu')} \quad \lambda' = \frac{\nu' E'}{(1+\nu')(1-2\nu')}$$

5.6 土的三维固结理论

平衡、变形协调及本构关系三方程耦合

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \nabla^2 v^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ \nabla^2 w^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial z} &= -\gamma \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\lambda' = \frac{\nu' E'}{(1 + \nu')(1 - 2\nu')} \quad G' = \frac{E'}{2(1 + \nu')} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

5.6 土的三维固结理论

方程及未知数个数

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \nabla^2 v^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ \nabla^2 w^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial z} &= -\gamma \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

未知数4个：

u^s, v^s, w^s ：土骨架的位移

u ：孔隙水压力

三个方程，少一个条件

5.6 土的三维固结理论

4. 饱和土体的连续性方程

$$\left[\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy dx dz + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz dx dy \right] dt = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} dt dx dy dz$$

流出水量 = 体积压缩

$$v_x = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x}, v_y = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial y}, v_z = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z}$$

达西定律

$$\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u = -\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}$$

连续性方程

P339 式5-126

5.6 土的三维固结理论

$$\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u = -\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}$$

$$\varepsilon_v = \frac{p'}{K'} = \frac{1-2\nu'}{E'} (\Theta - 3u)$$

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{1-2\nu'}{E'} \frac{\partial}{\partial t} (\Theta - 3u)$$

$$C_{v3} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta}{\partial t}$$

(5) P339 式5-128

$$C_{v3} = \frac{kE'}{3\gamma_w (1-2\nu')}$$

P339 式5-129

5.6 土的三维固结理论

$$C_{v3} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (5)$$

$$C_{v3} = \frac{kE'}{3\gamma_w(1-2\nu')}$$

- (1) C_{v3} 是三维固结系数;
- (2) $\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ 是时间 t 的函数。

比较: $C_v \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t}$ 太沙基单向固结

5.6 土的三维固结理论

微分方程

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'} \right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \nabla^2 v^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'} \right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ \nabla^2 w^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'} \right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial z} &= -\gamma \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$C_{v3} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (5)$$

5.6 土的三维固结理论

5. 二维与一维形式

平面应变

$$C_{v2} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta_2}{\partial t} \quad \text{P340 式5-130}$$

$$C_{v2} = \frac{kE'}{2\gamma_w(1+\nu')(1-2\nu')} \quad \text{P340 式5-131}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\Theta_2 = \sigma_x + \sigma_z$$

5.6 土的三维固结理论

一维形式：单向渗流固结问题

$$C_{v1} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \Theta_1}{\partial t}$$

$$C_{v1} = \frac{kE'(1-\nu')}{\gamma_w(1+\nu')(1-2\nu')} \quad \Theta_1 = \sigma_z \quad \text{P340 式5-132}$$

对于荷载一次施加，并且不变

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial t} = 0$$

$$C_{v1} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t}$$

可见，此时比奥理论与太沙基
单向固结理论一致

5.6 土的三维固结理论

6. 比奥固结理论原理及其在数值计算中应用

- (1) 未知变量：结点的 $u^s, v^s, w^s; u$;
- (2) 有效应力原理、达西定律；
- (3) 平衡方程；
- (4) 连续性方程；
- (5) 变形协调条件；
- (6) 本构模型：线性，非线性，弹塑性；
- (7) 时间：从 $t=0$ 开始，每次增加 Δt ；
- (8) 应力应变的非线性：不同时刻参数随有效应力变化。

5.6 土的三维固结理论

5.6.1 三向压缩比奥 (Biot) 固结理论

5.6.2 太沙基(Terzaghi)—伦杜立克(Rendulic)

准三维固结理论 (扩散方程)

5.6.3 两种固结理论的比较—原理与条件

5.6.4 三向固结的轴对称问题—砂井预压固结计算

5.6 土的三维固结理论

5.6.2 太沙基(Terzaghi)-伦杜立克(Rendulic) 准三维固结理论(扩散方程)

基于太沙基单向固结理论的思路，将固结方程进行重要简化，解决二、三维固结问题。

5.6 土的三维固结理论

1. 基本条件与微分方程

$$\text{骨架体应变: } \varepsilon_v = \frac{p'}{K'} = \frac{\Theta - 3u}{3K'} \quad K' = \frac{E'}{3(1-2\nu')}$$

$$\text{骨架体变率: } \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{1-2\nu'}{E'} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} - 3 \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

$$\text{连续性方程: } \frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u = - \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}$$

$$C_{v3} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad C_{v3} = \frac{kE'}{3\gamma_w(1-2\nu')}$$



假设: $\frac{\partial \Theta}{\partial t} = 0$

$$\text{微分方程: } C_{v3} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t}$$

5.6 土的三维固结理论

2. 二维与一维的形式

二维（平面应变）

$$C_{v2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$C_{v2} = \frac{kE'}{2\gamma_w(1+v')(1-2v')}$$

一维（侧限）

$$C_{v1} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$C_{v1} = \frac{kE'(1-\nu')}{\gamma_w(1+\nu')(1-2\nu')}$$

5.6 土的三维固结理论

3. 固结系数的比较

$$C_{v3} = \frac{kE'}{3\gamma_w(1-2\nu')}$$

$$C_{v2} = \frac{kE'}{2\gamma_w(1+\nu')(1-2\nu')}$$

$$C_{v1} = \frac{kE'(1-\nu')}{\gamma_w(1+\nu')(1-2\nu')}$$

$$C_{v1} = 2(1-\nu')C_{v2} = 3\frac{1-\nu'}{1+\nu'}C_{v3}$$

$$\nu' = 0.5 \quad C_{v1} = C_{v2} = C_{v3}$$

$$\nu' = 0 \quad C_{v1} = 2C_{v2} = 3C_{v3}$$

5.6 土的三维固结理论

$$C_{v1} = \frac{kE'(1-\nu')}{\gamma_w(1+\nu')(1-2\nu')}$$

太沙基一维固结理论

$$C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} = \frac{k(1+e)}{a_v \gamma_w} = \frac{kE_s}{\gamma_w}$$

$$E_s = \frac{1-\nu'}{(1+\nu')(1-2\nu')} E'$$

二者的固结系数是一致的

5.6 土的三维固结理论

5.6.3 两种固结理论的比较—原理与条件

5.6 土的三维固结理论

1. 两种固结理论的微分方程

比奥(Biot)

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \nabla^2 v^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ \nabla^2 w^s - \left(\frac{\lambda' + G'}{G'}\right) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + \frac{1}{G'} \frac{\partial u}{\partial z} &= -\gamma \end{aligned} \right\}$$

$$C_{v3} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta}{\partial t}$$

$$C_{v3} = \frac{kE'}{3\gamma_w (1 - 2\nu')}$$

太沙基(Terzaghi)-
伦杜立克(Rendulic)

$$C_{v3} \nabla^2 u = \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$C_{v3} = \frac{kE'}{3\gamma_w (1 - 2\nu')}$$

5.6 土的三维固结理论

2. 理论假设的比较

相同之处

线弹性

小变形（小应变）

有效应力原理

达西定律

饱和、不可压缩

主要区别

是否假设正应力之和在固结与变形过程中为常数；实际上为是否满足变形协调条件。

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = 0$$

5.6 土的三维固结理论

3. 理论建立条件的比较

条件	Biot理论	T-R理论
平衡方程	全部满足	未用
几何条件	全部满足	未用
本构关系	全部满足	体变(简化)
连续性条件	满足	简化
$\partial\Theta/\partial t=0$	未假定	假定
协调条件	满足	不满足

5.6 土的三维固结理论

4. 解答的比较

比奥

可解得土体受力后的应力、变形以及孔压的生成和消散过程，理论上是完整严密的。

太沙基-伦杜立克

扩散方程假设三个主应力（总应力）之和不_变，不满足变形协调条件，（应力应变解不严密）。只能直接解出孔隙水压力 u 。

5.6 土的三维固结理论

5. 曼代尔-克雷尔效应(Mandel-Cryer Effect)

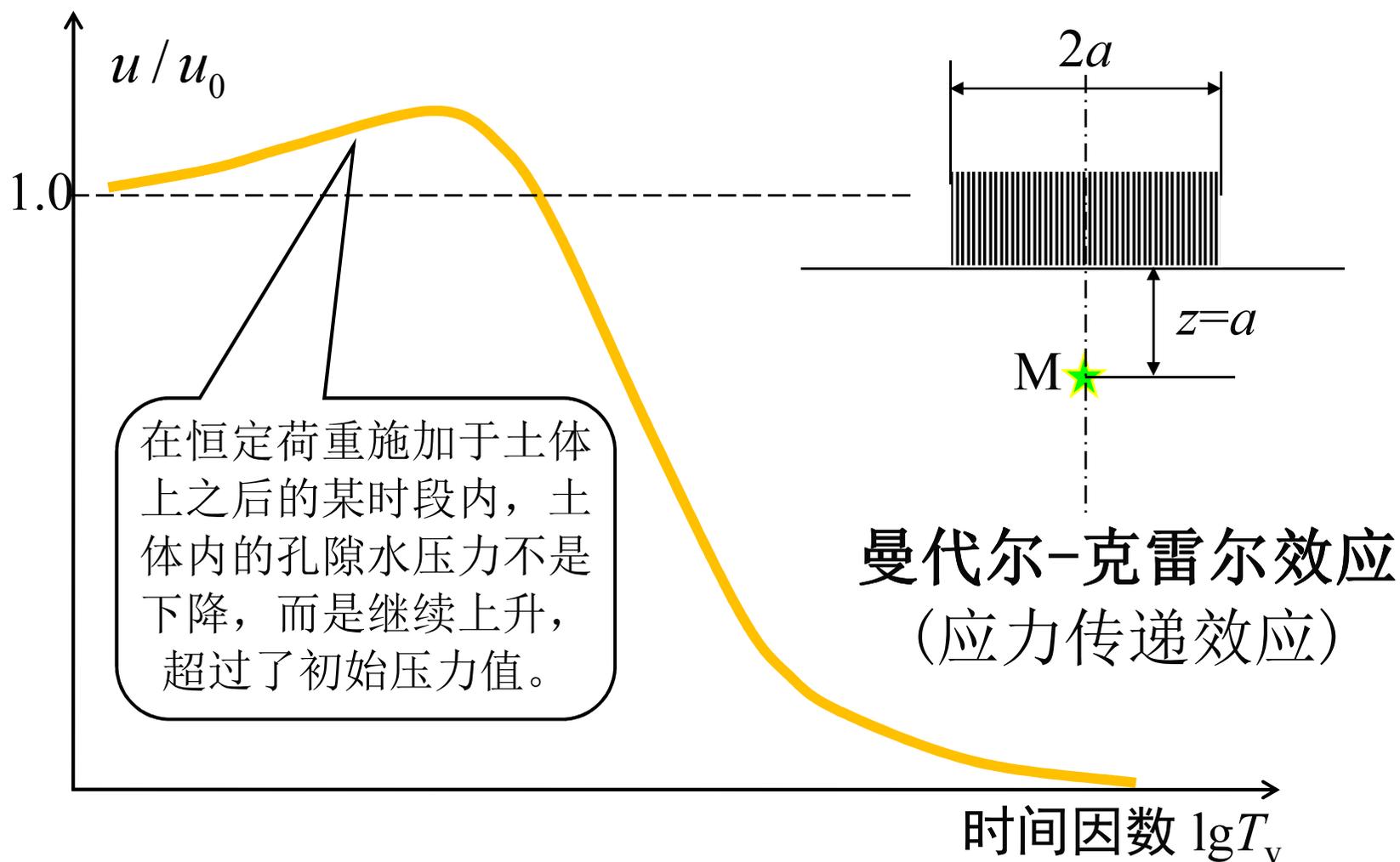


图5-59 条形基础下M点的孔压发展

5.6 土的三维固结理论

1) 曼代尔-克雷尔效应的原理

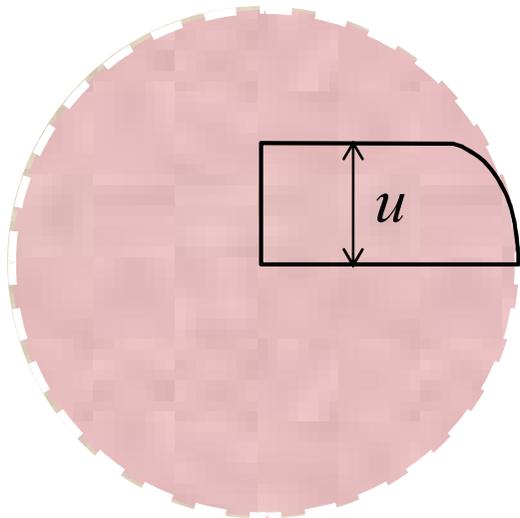


图5-60 圆形土体的曼代尔-克雷尔效应的原理示意图

- ① 在表面透水的地基面上施加荷载，经过短暂的时间，靠近排水面的土体由于排水发生体积收缩。
- ② 但是内部土体还来不及排水。为了保持变形协调，表层的压缩必然挤压土体内部，使那里的应力有所增大。
- ③ 某个区域内的总应力将超过它们的起始值，因而内部孔隙水在收缩力的迫使下而上升。

5.6 土的三维固结理论

2) 影响曼代尔-克雷尔效应的因素

(1) 排水条件：随地面排水性能增强而强烈。

(2) 点的位置：超静孔压出现峰值的时间随深度而推后；离基础轴线愈近，效应愈明显。

(3) 土的泊松比：随土的泊松比的增大而减小； $\nu' = 0.5$ 时，体积不变，没有这一效应。

5.6 土的三维固结理论

表面透水性的影响

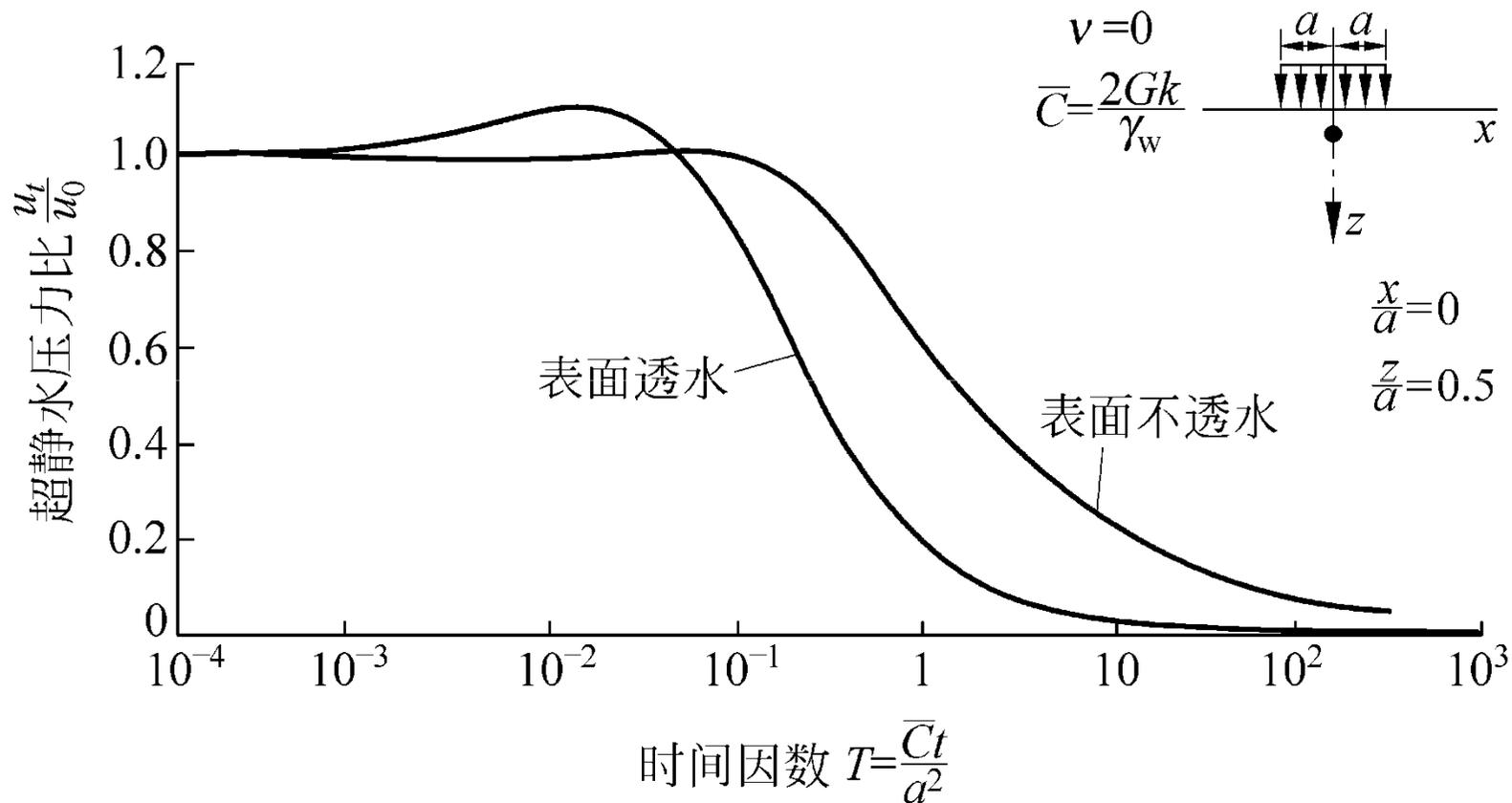


图5-61 表面透水性对孔压变化的影响

P343

5.6 土的三维固结理论

计算点的深度

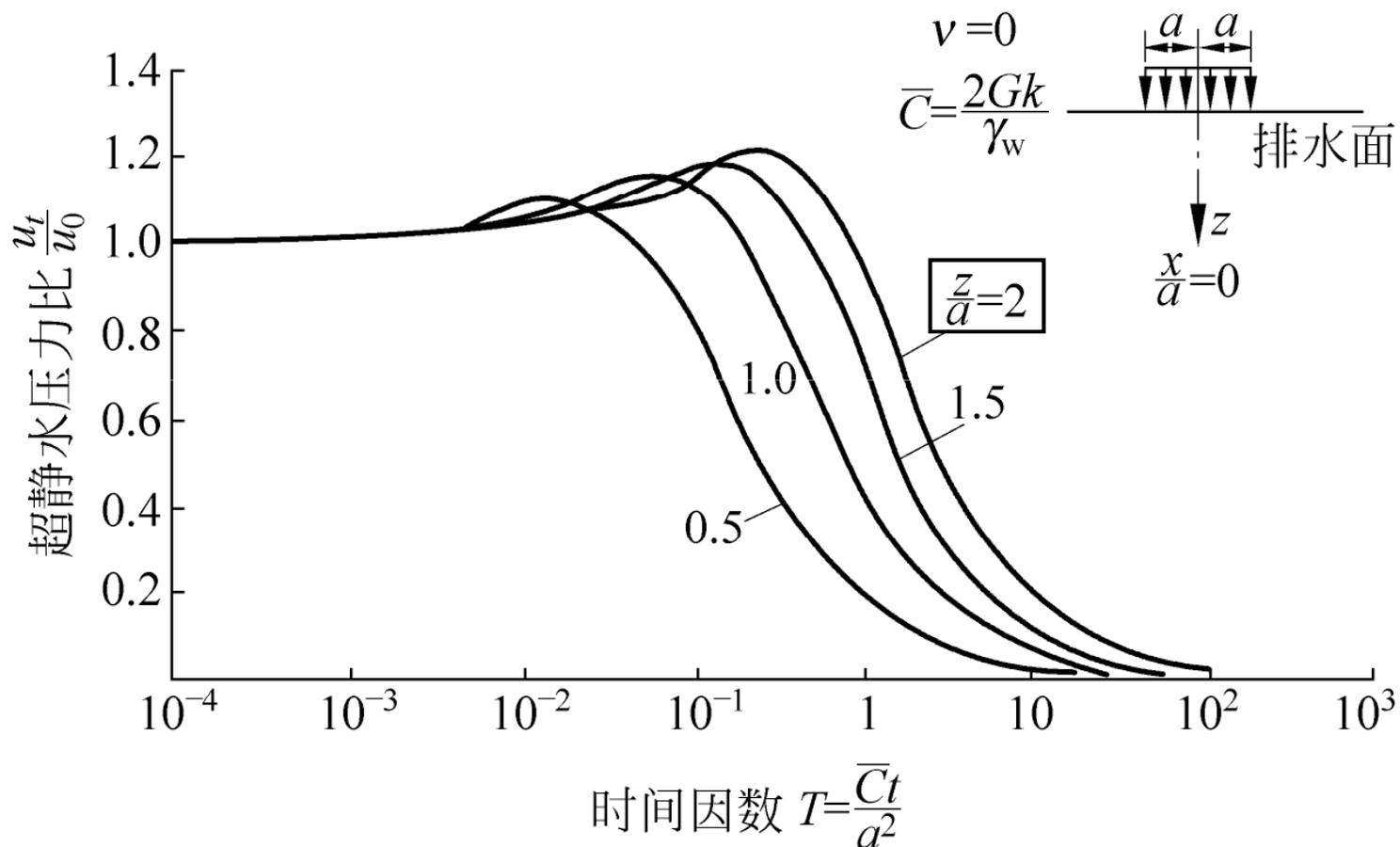


图5-62 不同深度的计算点孔压的发展

5.6 土的三维固结理论

计算点的水平位置

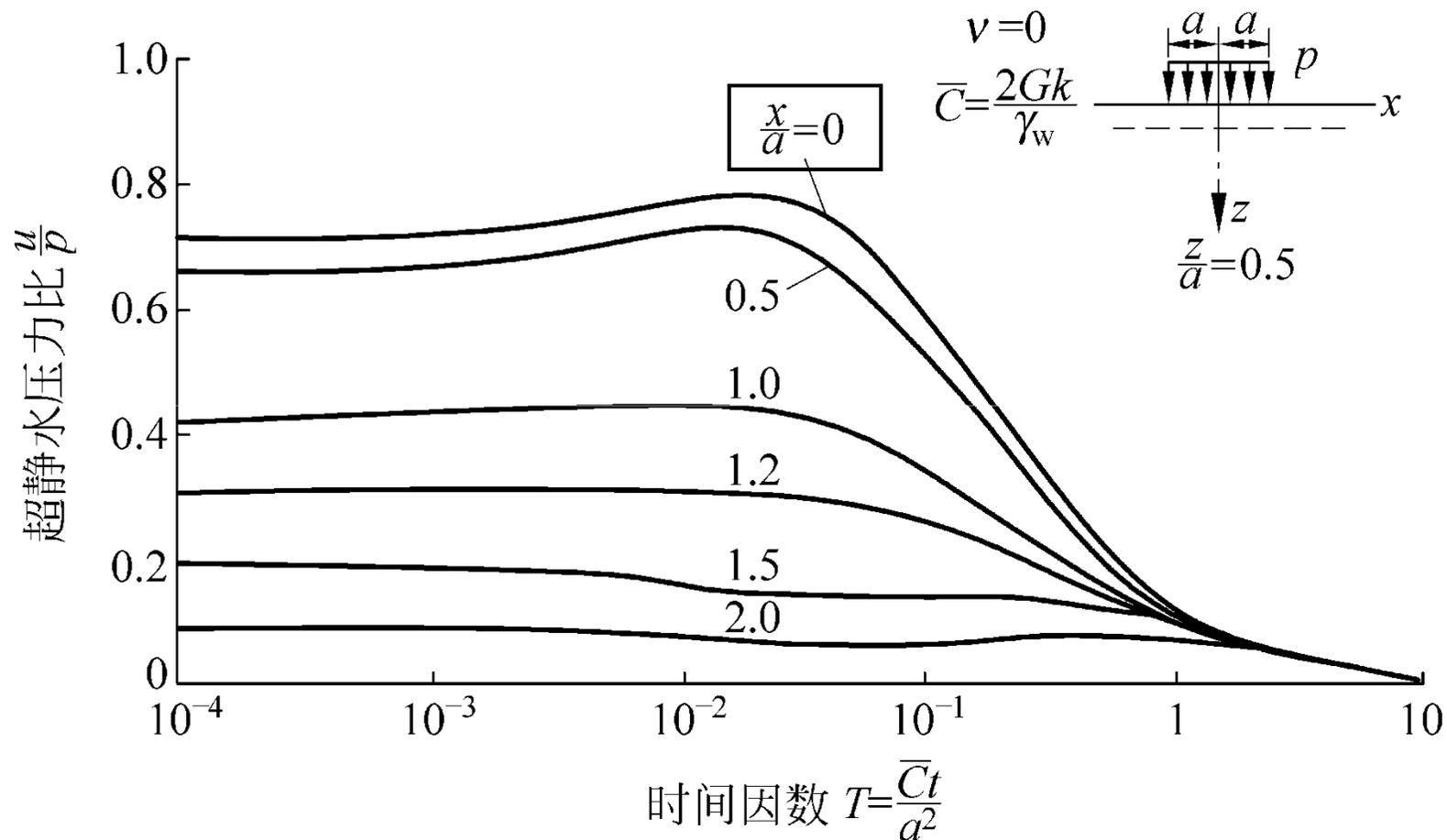


图5-63 不同水平位置的计算点孔压的发展

P343 图5-48

5.6 土的三维固结理论

泊松比的影响

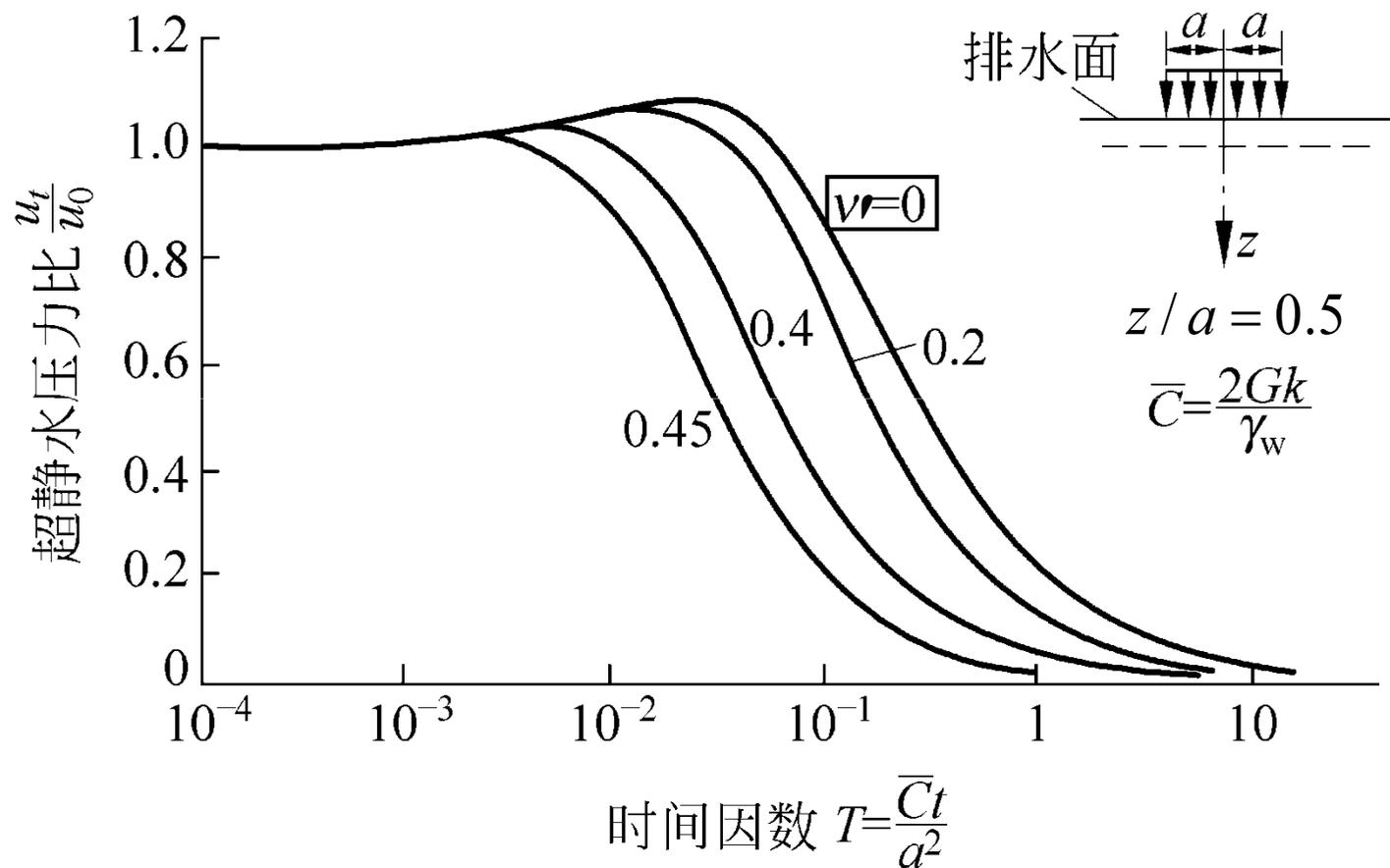


图5-64 泊松比的影响

5.6 土的三维固结理论

按扩散理论求解固结问题不会出现曼代尔-克雷尔效应。

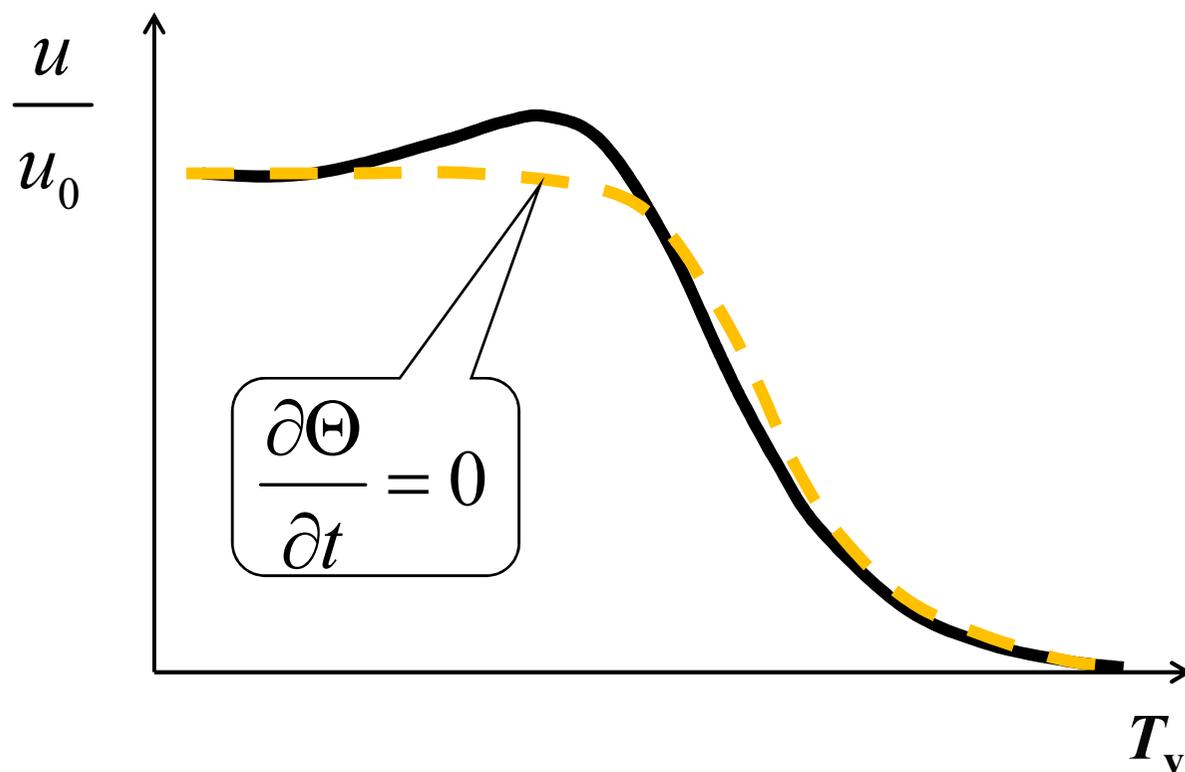


图5-65 扩散理论与比奥理论的解答

5.6 土的三维固结理论

3) 讨论

- (1) 由于曼代尔-克雷尔效应，地面透水的土体中一点的剪应力随时间变化，最大值可能于固结过程中在基础边缘产生；
- (2) 曼代尔-克雷尔效应会延滞固结，使固结速度减少；
- (3) 对于三向和二向问题，按沉降计算固结度 U_s 与按孔压计算固结度 U_p 一般不同；
- (4) 在扩散方程中，对于三向和二向问题，固结系数采用 C_{v3} , C_{v2} ，则解得的超静水压力的消散过程及固结度 U 与比奥的精确解在很多情况下十分相近。

5.6 土的三维固结理论

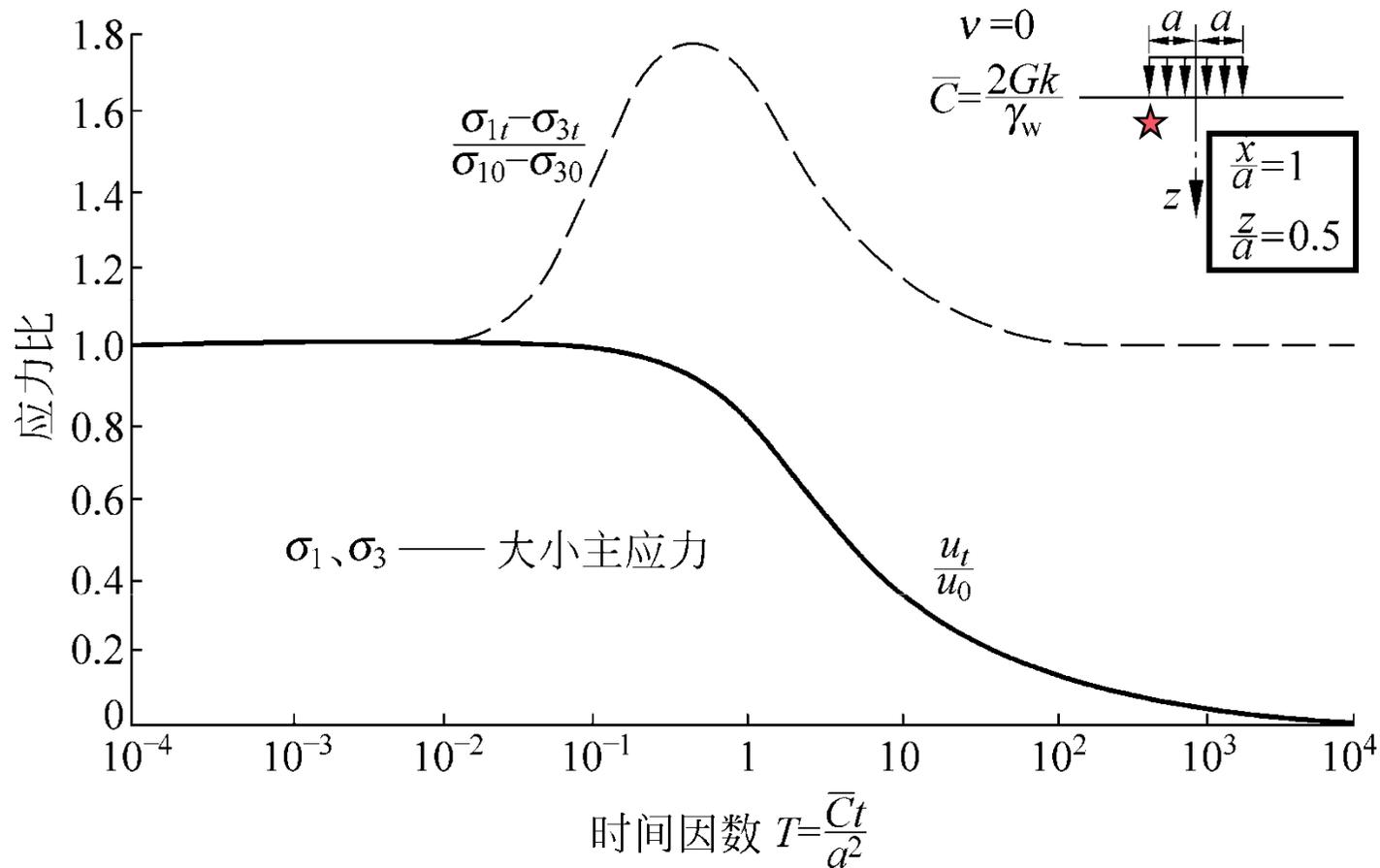


图5-66 最大剪应力随时间的变化

由于曼代尔-克雷尔效应，地面透水的土体中一点的剪应力随时间变化，最大值可能于固结过程中在基础边缘产生。

5.6 土的三维固结理论

- ◆ **准三向固结理论**只研究土体中超静水压力的消散过程，不涉及与变形的耦合作用，并用超静水压力的消散程度定义固结度，而且认为它等于按土体变形定义的固结度。
- ◆ 对于**比奥固结理论**，实际存在应力重分布的真二向或三向固结，在同一时刻的两种固结度并不相等，而且随 v' 值的不同而改变；只有在单向固结时二者才会相同。
- ◆ 萨夫曼(Schiffman)等的研究表明，尽管从理论上讲扩散理论并不是严密的方法，如果基础半宽与压缩层厚度之比 $a/h > 1$ ，在工程实用上，用简单的扩散理论估算沉降-时间关系已有足够精度。

5.6 土的三维固结理论

无限厚土层上的圆形基础，表面不排水

比奥理论与扩散方程固结度计算比较

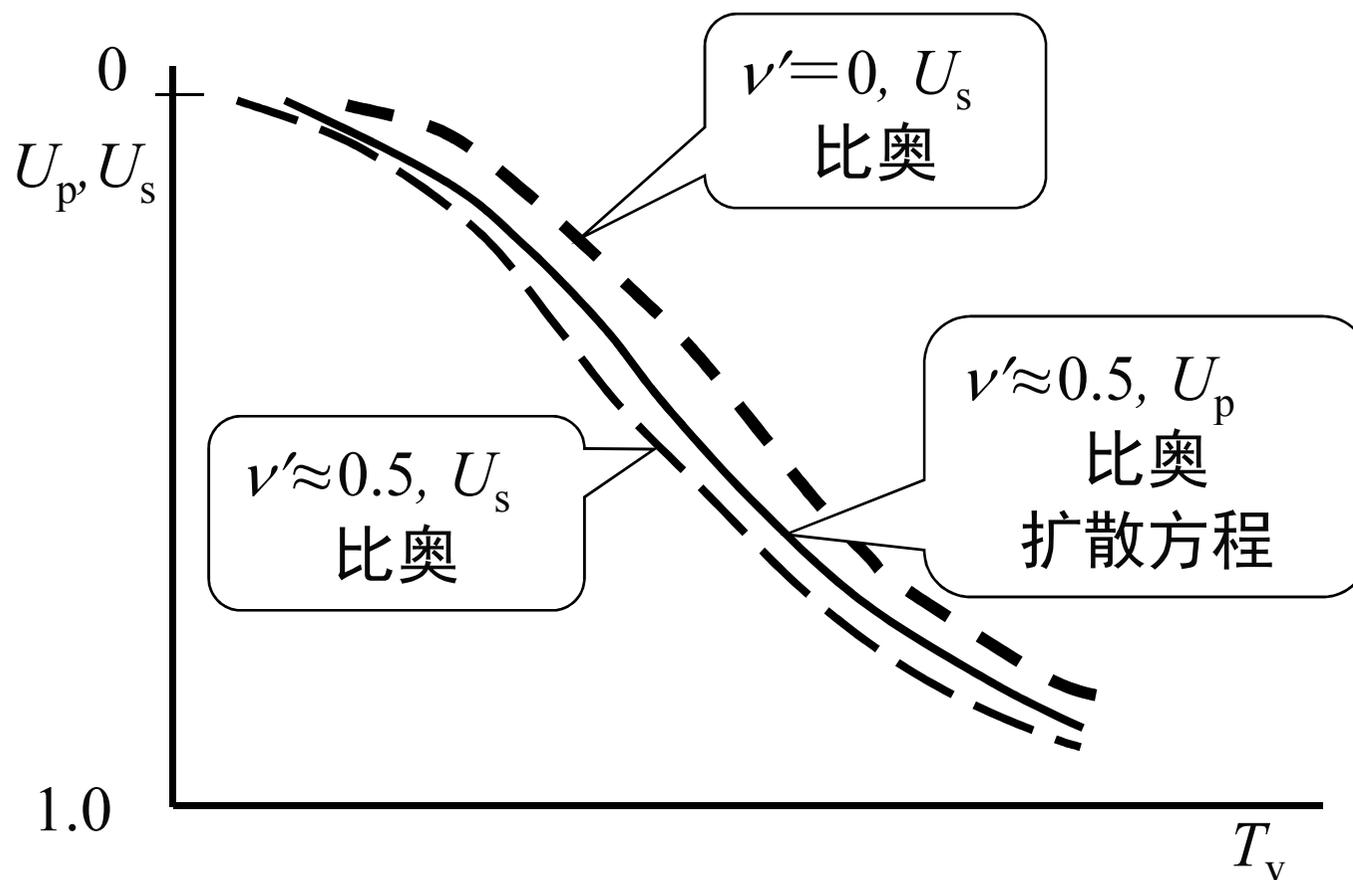
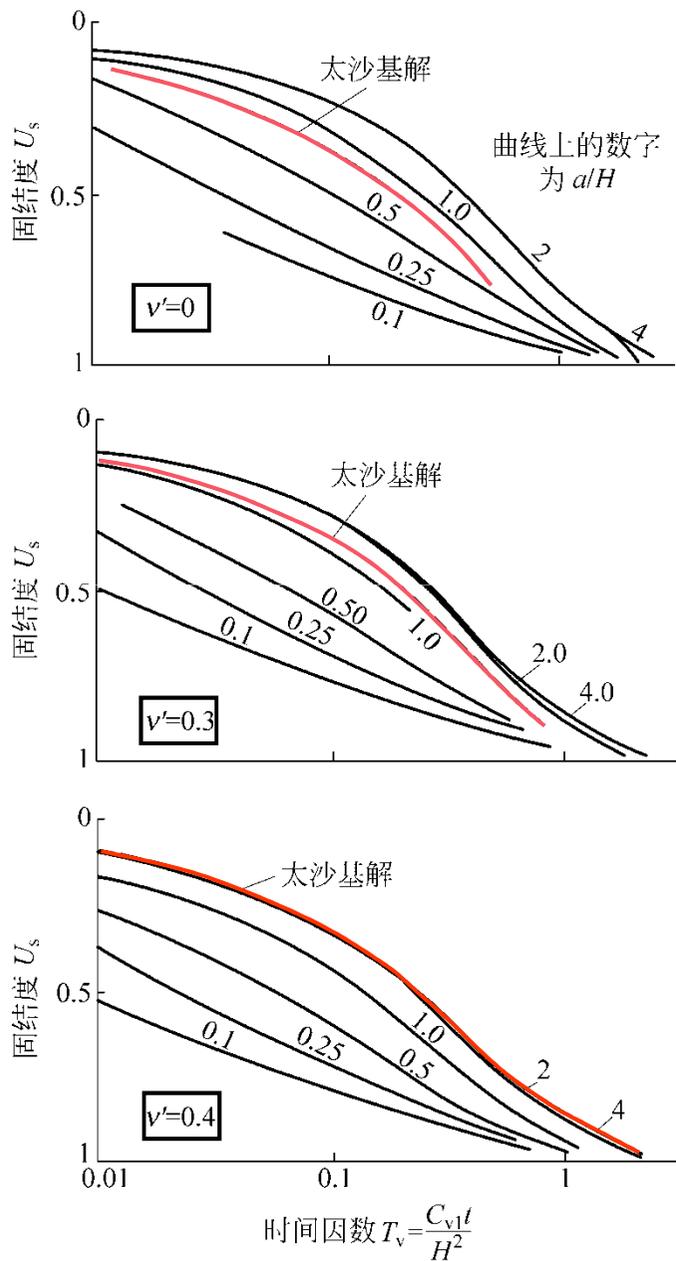


图5-68 两种理论计算的固结度

5.6 土的三维固结理论



条形基础以沉降定义
固结度 U_s

条形基础 $a/H > 1$

$v'=0.4 \sim 0.5$

与一维固结理论计
算结果接近

图5-70 不同条件下计算的条形基础固结度 U_s 图5-52

5.6 土的三维固结理论

5.6.4 三维固结的轴对称问题—砂井固结理论

1. 固结微分方程
2. 卡雷洛(Carrillo) 公式
3. 理想井的等竖向应变解—巴隆(Barron)解答
4. 非理想井的情况
5. 其它

5.6 土的三维固结理论

1. 固结微分方程

对于轴对称问题，固结微分方程表示为：

$$C_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) = \frac{\partial u}{\partial t}$$

5.6 土的三维固结理论

砂井固结的轴对称问题

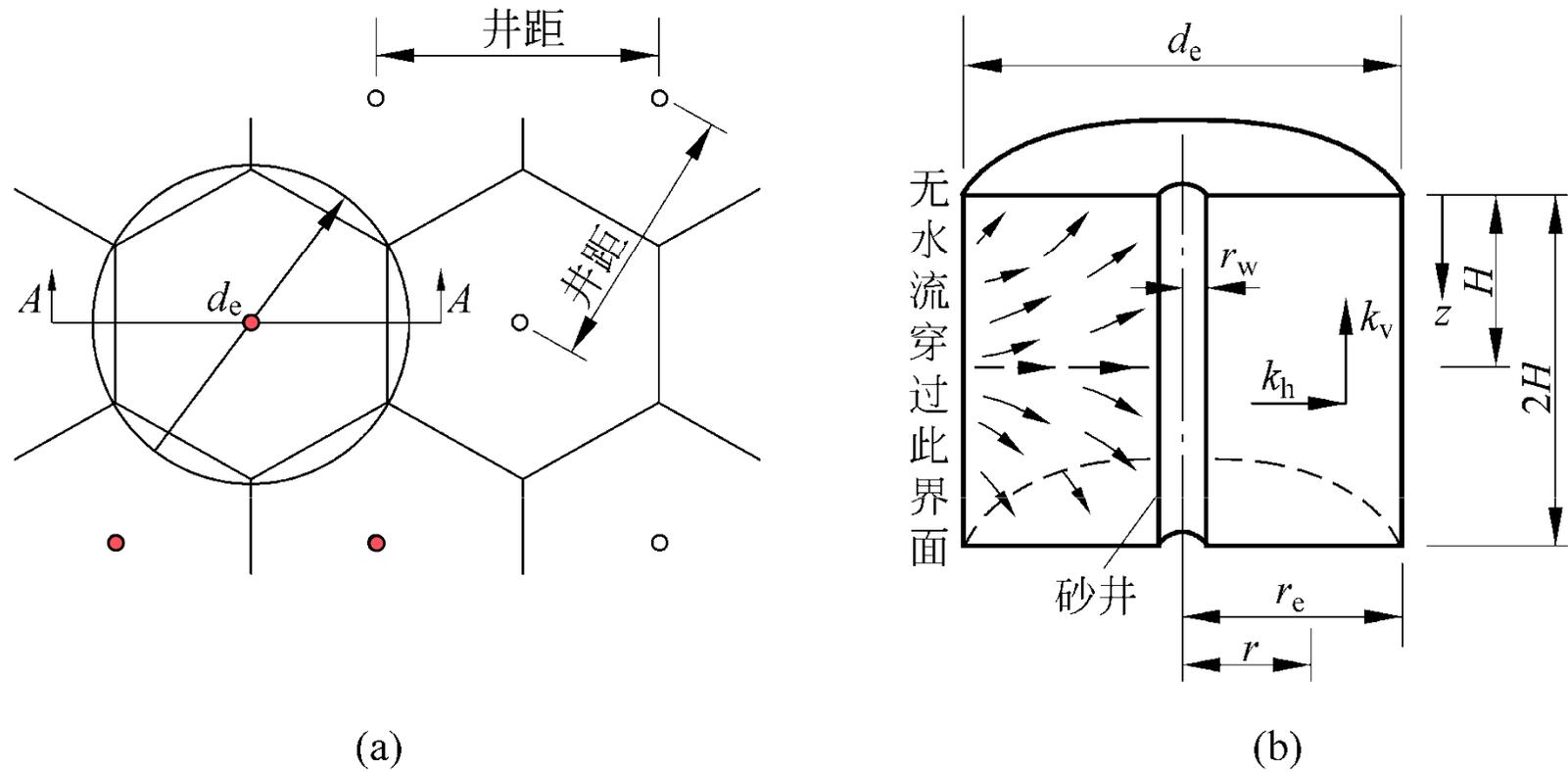


图5-71 砂井渗流固结

等效直径： $d_e=1.05t$ (三角形排布)， $d_e=1.125t$ (正方形排布)
 t 为井距

5.6 土的三维固结理论

2. 卡雷洛(Carrillo) 公式

- (1) 卡雷洛(Carrillo) 已证明, 上述固结方程可以分解为两种渗流来计算:

竖直向渗流 + 轴对称平面渗流

- (2) 如果某一时刻由竖直向渗流引起的地基的固结度为 U_z , 同一时刻由轴对称平面渗流引起的固结度为 U_r , 则地基的总固结度 U_{zr} 可由下式计算:

$$1 - U_{zr} = (1 - U_z)(1 - U_r)$$

用孔压表示?

P346 式5-139

5.6 土的三维固结理论

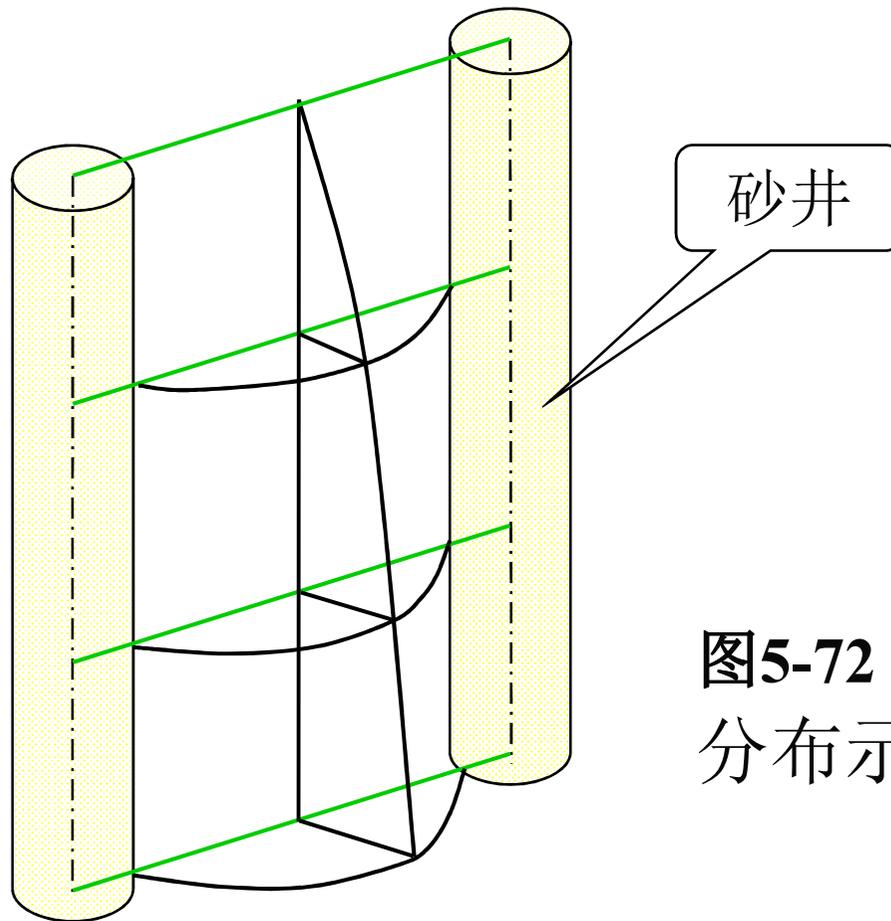


图5-72 地基内孔压的分布示意图

5.6 土的三维固结理论

3. 理想井的等竖向应变解—巴隆(Barron)解答

水平渗流固结：对于辐射流，由于水流对称，圆周面可以看成不排水面，对于**理想井**（不考虑垂直向渗流的阻力及涂抹作用），其固结方程为：

$$C_{vr} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) = \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$C_{vr} = \frac{k_h (1+e)}{a_v \gamma_w}$$

5.6 土的三维固结理论

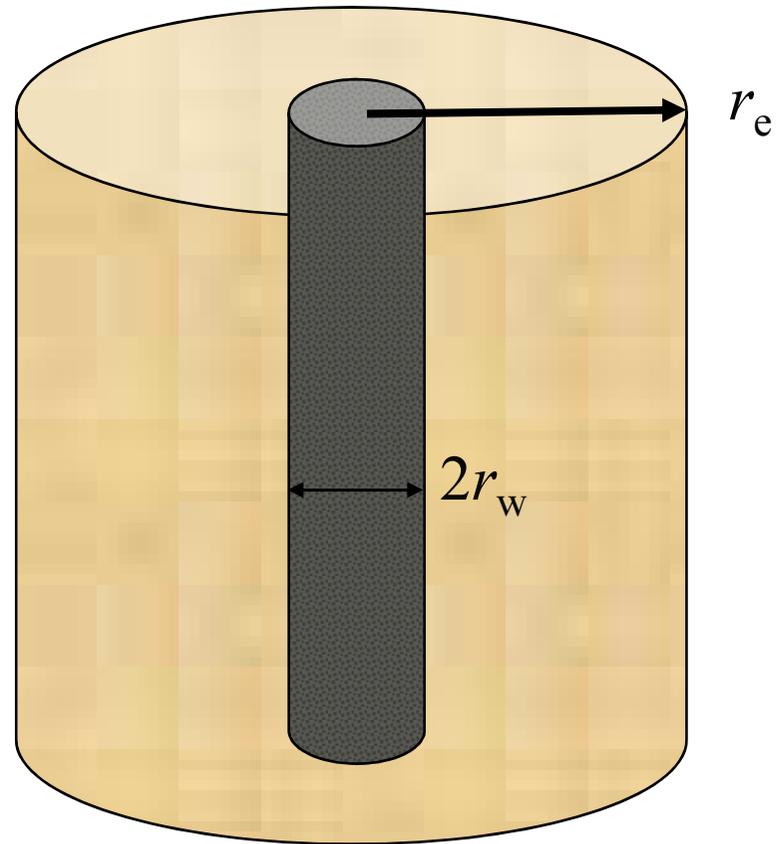


图5-73 轴对称固结问题

5.6 土的三维固结理论

边界条件

(1) 井壁圆周面处 ($r = r_w$) 在 $t > 0$ 时:
超静水压力 $u=0$

(2) 影响区的周界面处, 即 $r = r_e$ 处:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0$$

(3) $t = 0, \quad r_w \leq r \leq r_e$:

$$u = u_0$$

5.6 土的三维固结理论

径向固结：

$$U_r = 1 - \exp\left[\frac{-8T_r}{f(n)}\right]$$

$$f(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \ln(n) - \frac{3n^2 - 1}{4n^2} \approx \ln(n) - \frac{3}{4}$$

n : 井径比 r_e/r_w

$$T_r = \frac{C_{vr}t}{d_e^2}$$

5.6 土的三维固结理论

垂直方向的固结：

$$U_z = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2}{M^2} \right) \exp(-M^2 T_v)$$

$U_z > 30\%$ 时

$$U_z = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_v}$$

$$M = \pi(2m+1)/2;$$

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}$$

5.6 土的三维固结理论

总平均固结度 U_{zr} :

$$1 - U_{zr} = (1 - U_z)(1 - U_r)$$

5.6 土的三维固结理论

4. 非理想井的情况

井阻：砂井在排水过程中有阻力，考虑砂井的渗透系数。

涂抹：由于在设置砂井过程中，不可避免地扰动原状土，使一定范围内的地基土渗透系数减小。

5.6 土的三维固结理论

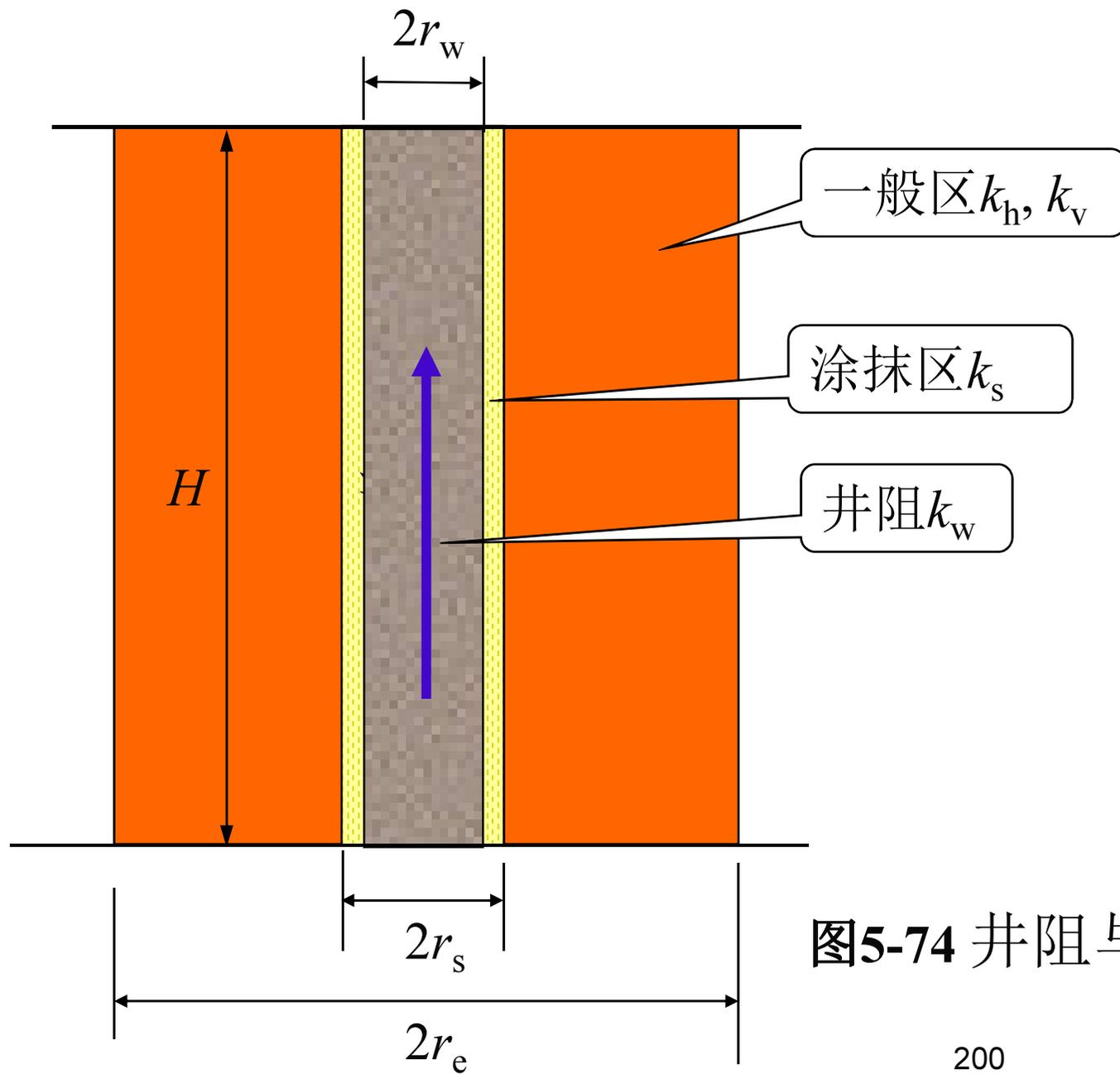


图5-74 井阻与涂抹

5.6 土的三维固结理论

1) 基本微分方程:

$$C_{vr} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) = \frac{\partial u}{\partial t}$$

2) 边界、初始条件:

(1) $t > 0$

(2) $t > 0$

(3) $t = 0, r_w \leq r \leq r_e : u = u_0$

(4) $z = 0 : u_w = 0$

(5) $r = r_s :$ 孔压连续, 水流连续条件

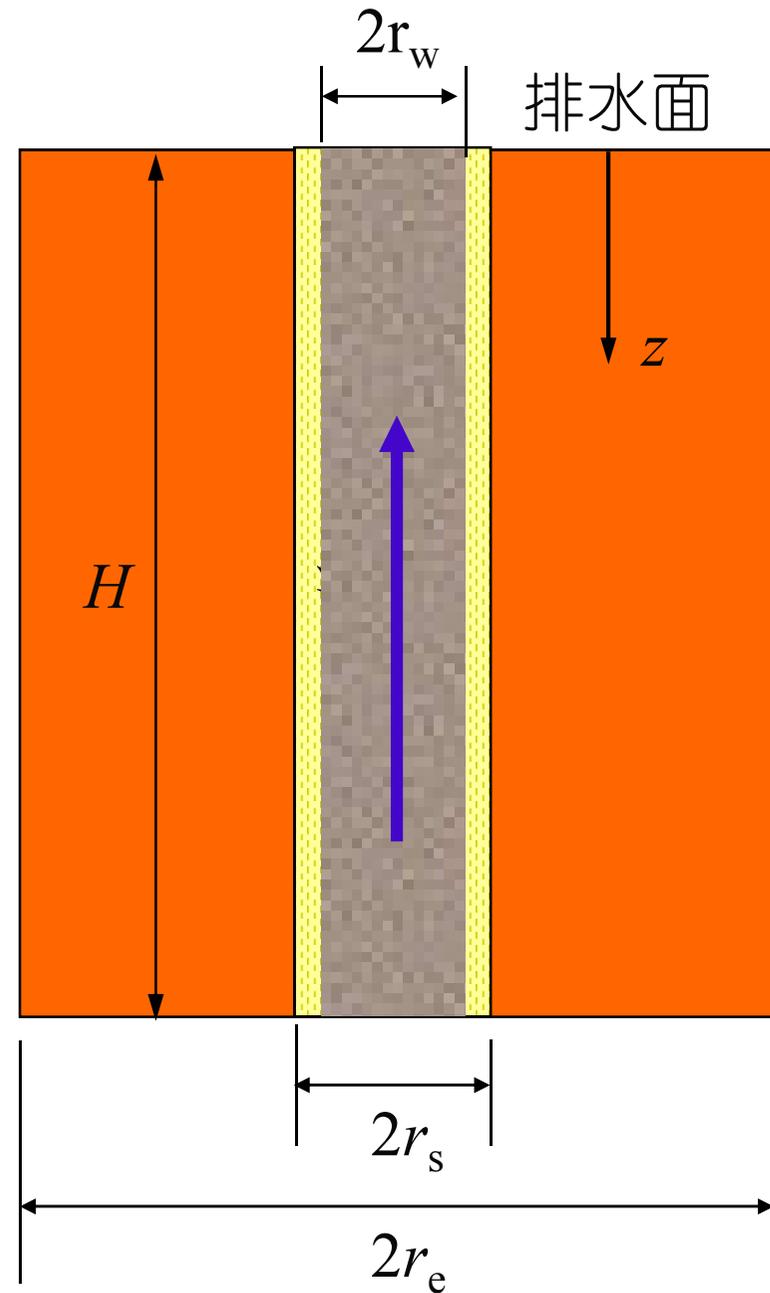


图5-75 砂井排水固结

5.6 土的三维固结理论

两个区的径向渗流固结微分方程

$$\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = \left\{ \begin{array}{l} C_{rh} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} \right) \frac{k_s}{k_h} ; \quad r_w \leq r \leq r_s \\ C_{rh} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} \right) ; \quad r_s \leq r \leq r_e \end{array} \right.$$

涂抹区
一般区

5.6 土的三维固结理论

砂井与土体之间的流量相等

$$\pi r_w^2 k_w \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} dz = -2\pi r_w k_s \frac{\partial u_r}{\partial r} dz$$

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = - \frac{2k_s}{r_w k_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \quad (\text{砂井外壁})$$

5.6 土的三维固结理论

3) 三个区的孔压分布

砂井区:
$$u_w = u_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{D}{F_a + D} \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} e^{-\beta_r t}$$

$$u_r = \begin{cases} u_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{F_a + D} \left[\frac{k_h}{k_s} \left(\ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2r_e^2} \right) + D \right] \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} e^{-\beta_r t} & (r_w \leq r \leq r_s) \\ u_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{F_a + D} \left[\ln \frac{r}{r_s} - \frac{r^2 - r_s^2}{2r_e^2} + \frac{k_h}{k_s} \left(\ln s - \frac{s^2 - 1}{2n^2} \right) + D \right] \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} e^{-\beta_r t} & (r_s \leq r \leq r_e) \end{cases}$$

涂抹区

一般区

5.6 土的三维固结理论

$$s = r_s / r_w \quad \text{涂抹区的井径比}$$

$$\beta_r = \frac{8C_{vh}}{(F_a + D)d_e^2}$$

$$G = \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{H}{d_w} \right)^2 \quad \text{井阻因子}$$

$$M = \frac{2m+1}{2} \pi \quad m=0,1,2,\dots$$

$$F_a = \left(\ln \frac{n}{s} + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right) \frac{n^2}{n^2 - 1} + \frac{s^2}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{k_h}{k_s} \right) \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \frac{k_h}{k_s} \frac{1}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right)$$

$$D = \frac{8G(n^2 - 1)}{M^2 n^2}$$

5.6 土的三维固结理论

固结度：
$$\bar{U}_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_r t}$$

P349 式5-147

对于无井阻、涂抹：

$$G=0$$

$$s=1$$

$$k_h/k_s=1$$

上式变成：
$$U_r = 1 - \exp\left[\frac{-8T_r}{f(n)}\right]$$

5.6 土的三维固结理论

考虑井阻和涂抹的等效井径比法：
—转化为理想井

$$n_i = n_s \left(\frac{k_h}{k_s} - 1 \right) e^{\pi G}$$

5.6 土的三维固结理论

4) 考虑涂抹与井阻的砂井径向平均固结度的规范建议简化算法:

$$\bar{U}_r = 1 - e^{-\frac{8c_h t}{F d_e^2}} \quad F = F_n + F_s + F_r$$

$$F_n = \ln(n) - \frac{3}{4} \quad n \geq 15$$

$$F_s = \left[\frac{k_h}{k_s} - 1 \right] \ln s \quad \text{涂抹区的影响}$$

$$F_r = \frac{\pi^2 L^2}{4} \frac{k_h}{q_w} \quad \text{井阻的影响}$$

s : 涂抹区直径 d_s /砂井直径 d_w

q_w : 砂井竖向通水量

5.6 土的三维固结理论

5. 等应变与自由应变：同一水平面竖向变形是否相等

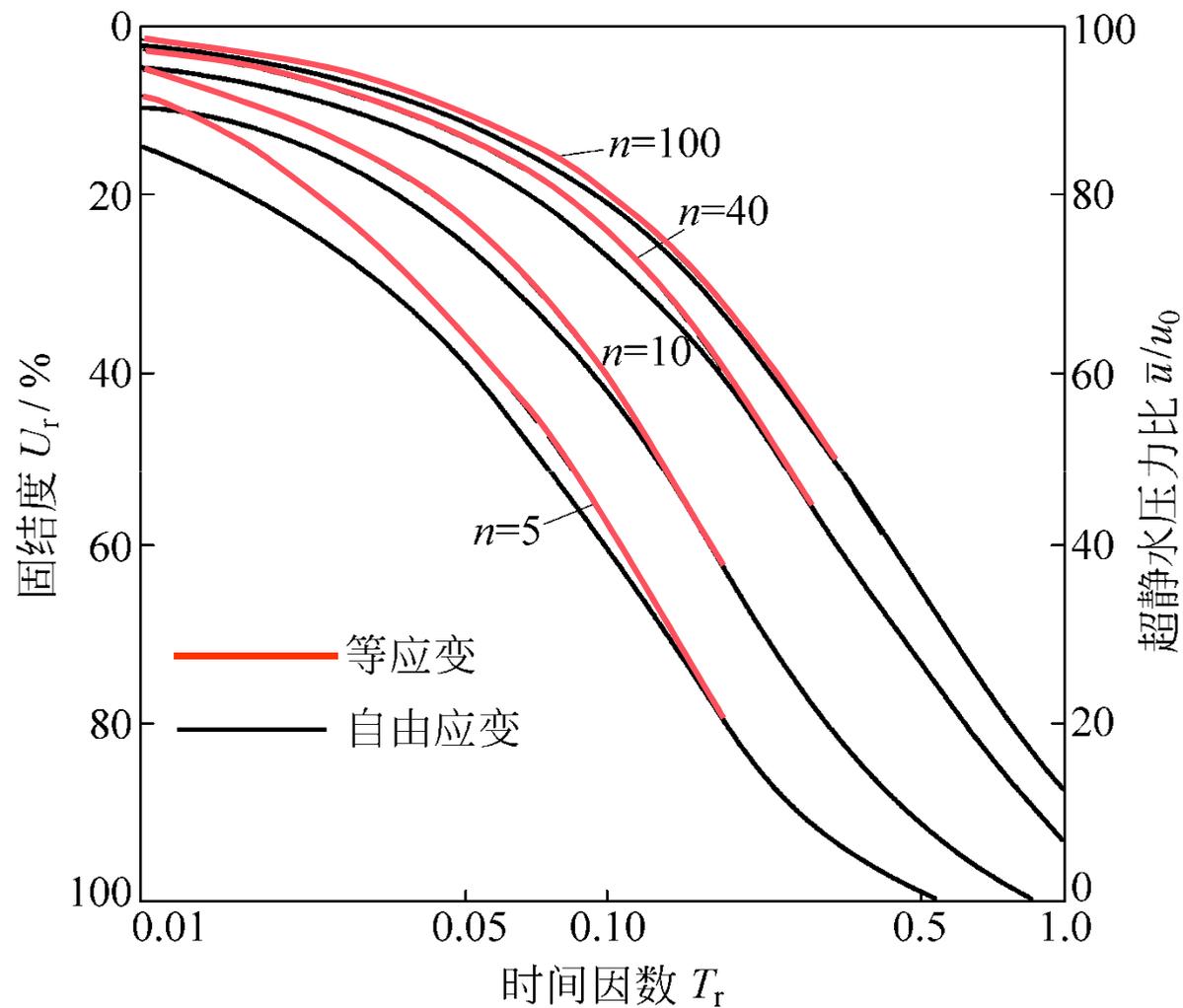
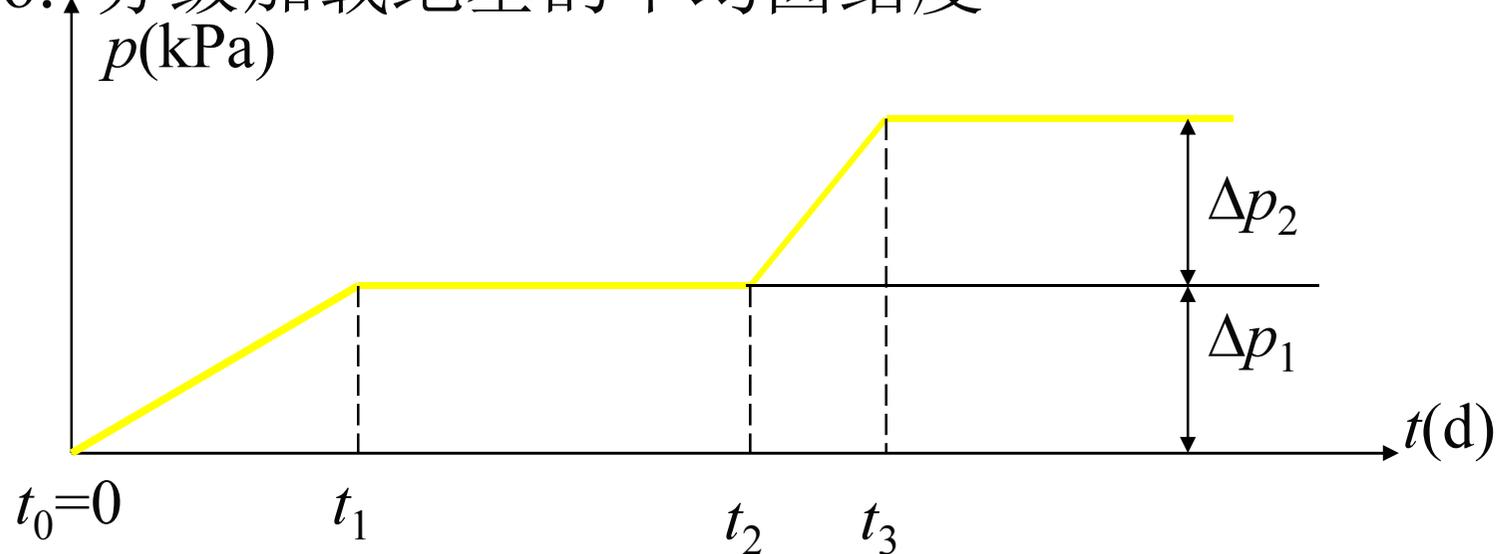


图5-76 不同边界条件计算的固结度 P348 图5-54

5.6 土的三维固结理论

6. 分级加载地基的平均固结度



$$\bar{U}_t = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{q}_i}{\sum \Delta p} \left[(T_i - T_{i-1}) - \frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta t} (e^{\beta T_i} - e^{\beta T_{i-1}}) \right]$$

\dot{q}_i : 第*i*级荷载的加载速率;

$\Sigma \Delta p$: 各级荷载的累加值;

T_{i-1} , T_i : 第*i*级荷载的起始与终止时间(从0点算起), 当计算加载过程中 t 的固结度时, $T_i=t$ 。

5.6 土的三维固结理论

排水条件 参数	竖向排水 $U_z > 30\%$	径向排水	竖向与径向排水, 砂 井穿过受力层
α	$\frac{8}{\pi^2}$	1.0	$\frac{8}{\pi^2}$
β	$\frac{\pi^2 C_v}{4H^2}$	$\frac{8C_h}{F_n d_e^2}$	$\frac{8C_h}{F_n d_e^2} + \frac{\pi^2 C_v}{4H^2}$

5.6 土的三维固结理论

$$\bar{U}_t = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{q}_i}{\sum \Delta p} \left[(T_i - T_{i-1}) - \frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta t} (e^{\beta T_i} - e^{\beta T_{i-1}}) \right]$$

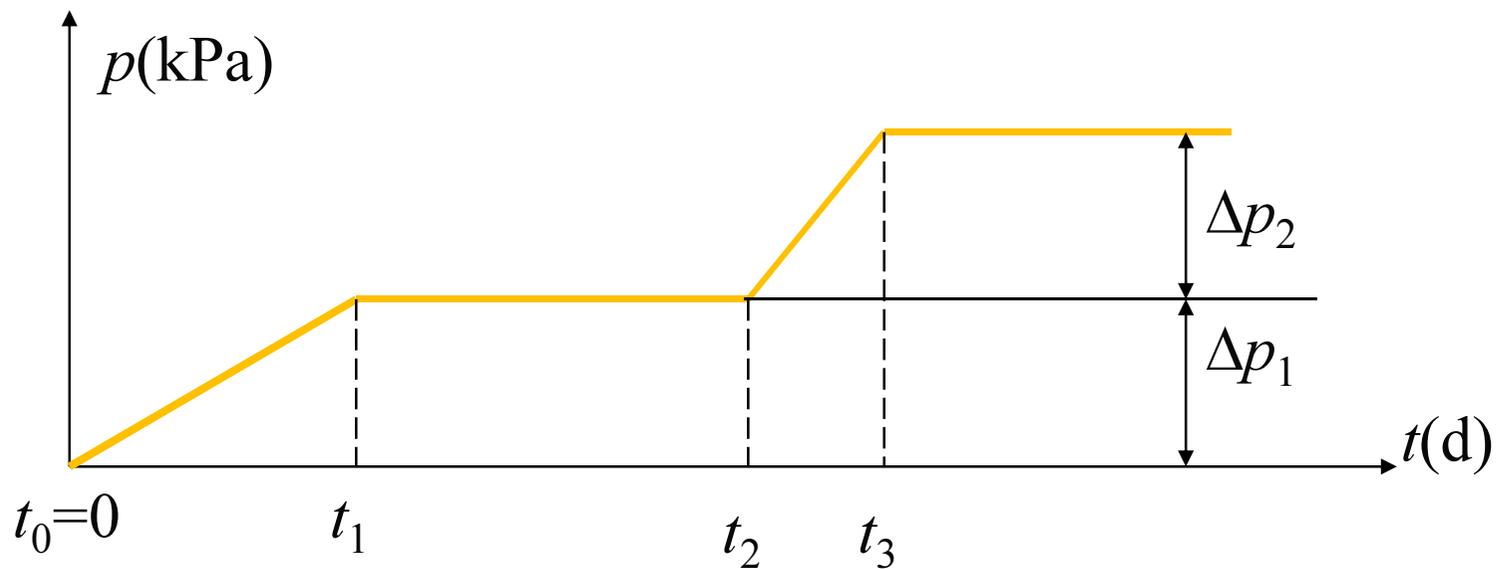


图5-65 分级加载

5.6 土的三维固结理论

情况1: $t_0 < t < t_1$

$$\bar{U}_t = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{q}_i}{\sum \Delta p} \left[(T_i - T_{i-1}) - \frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta t} (e^{\beta T_i} - e^{\beta T_{i-1}}) \right]$$

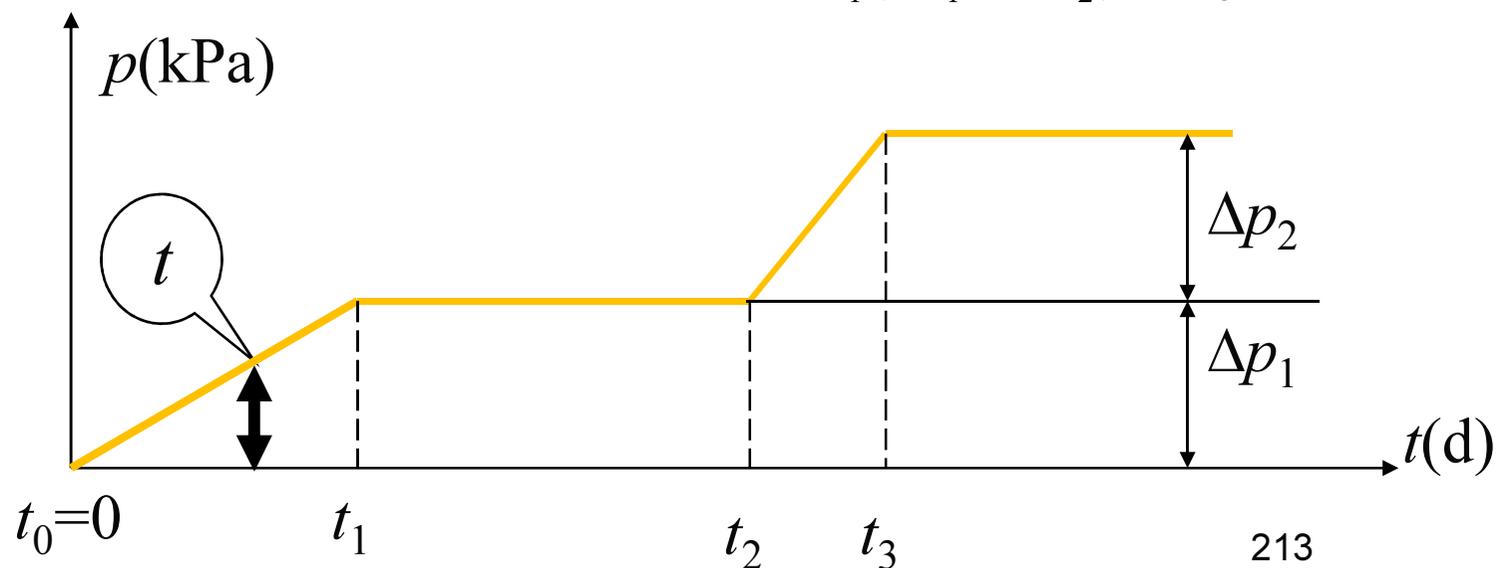
$$\dot{q}_i = \frac{\Delta p_1}{t_1}$$

$$\sum \Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2$$

$$T_0 = 0$$

$$T_i = t$$

$$\bar{U}_t = \frac{\Delta p_1}{t_1 (\Delta P_1 + \Delta P_2)} \left[t - \frac{\alpha}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right]$$



5.6 土的三维固结理论

情况2: $t_1 < t < t_2$

$$\bar{U}_t = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{q}_i}{\sum \Delta p} [(T_i - T_{i-1}) - \frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta t} (e^{\beta T_i} - e^{\beta T_{i-1}})]$$

$$\dot{q}_i = \frac{\Delta p_1}{t_1}$$

$$\sum \Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2$$

$$T_0 = 0$$

$$T_i = t_1$$

$$\bar{U}_t = \frac{\Delta p_1}{(\Delta p_1 + \Delta p_2)} \left\{ 1 + \frac{\alpha}{\beta t_1} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-t_1)}] \right\}$$

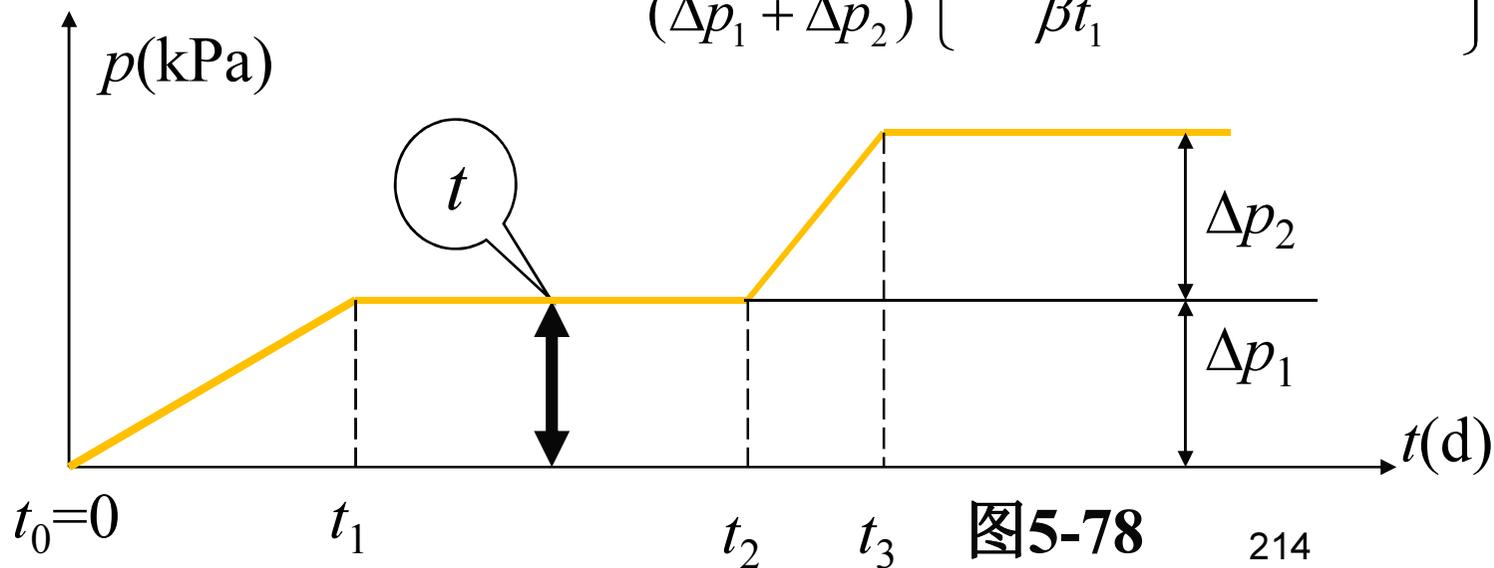


图5-78

5.6 土的三维固结理论

情况3: $t_2 < t < t_3$

$$\bar{U}_t = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{q}_i}{\sum \Delta p} [(T_i - T_{i-1}) - \frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta t} (e^{\beta T_i} - e^{\beta T_{i-1}})]$$

$$\dot{q}_1 = \frac{\Delta p_1}{t_1} \quad \dot{q}_2 = \frac{\Delta p_2}{t_3 - t_2}$$

$$\sum \Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2$$

$$T_1 = t_1, T_{1-1} = 0$$

$$T_2 = t_3, T_{2-1} = t_2$$

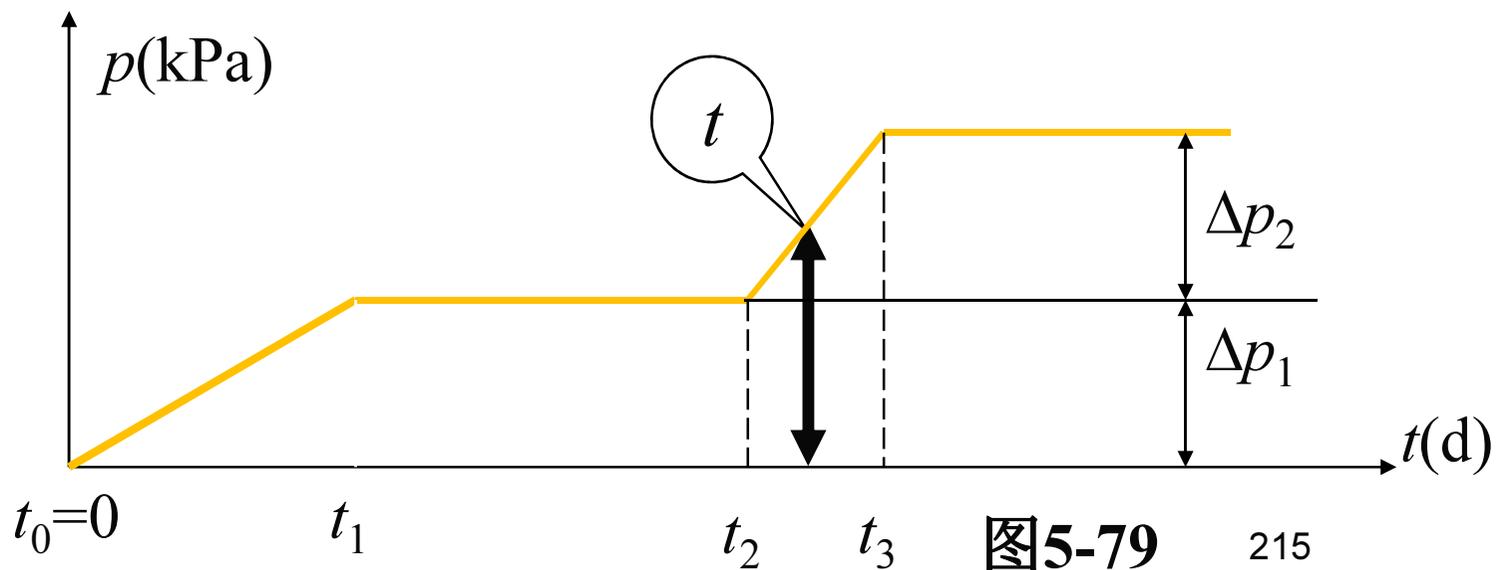


图5-79

5.6 土的三维固结理论

$$\bar{U}_t = \frac{\Delta p_1}{t_1(\Delta p_1 + \Delta p_2)} \left\{ t_1 + \frac{\alpha}{\beta} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-t_1)}] \right\} +$$
$$\frac{\Delta p_1}{(t_3 - t_2)(\Delta p_1 + \Delta p_2)} \left\{ (t - t_2) - \frac{\alpha}{\beta} [1 - e^{-\beta(t-t_2)}] \right\}$$

5.4 土的三维固结理论

情况4: $t > t_3$

$$\bar{U}_t = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{q}_i}{\sum \Delta p} [(T_i - T_{i-1}) - \frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta t} (e^{\beta T_i} - e^{\beta T_{i-1}})]$$

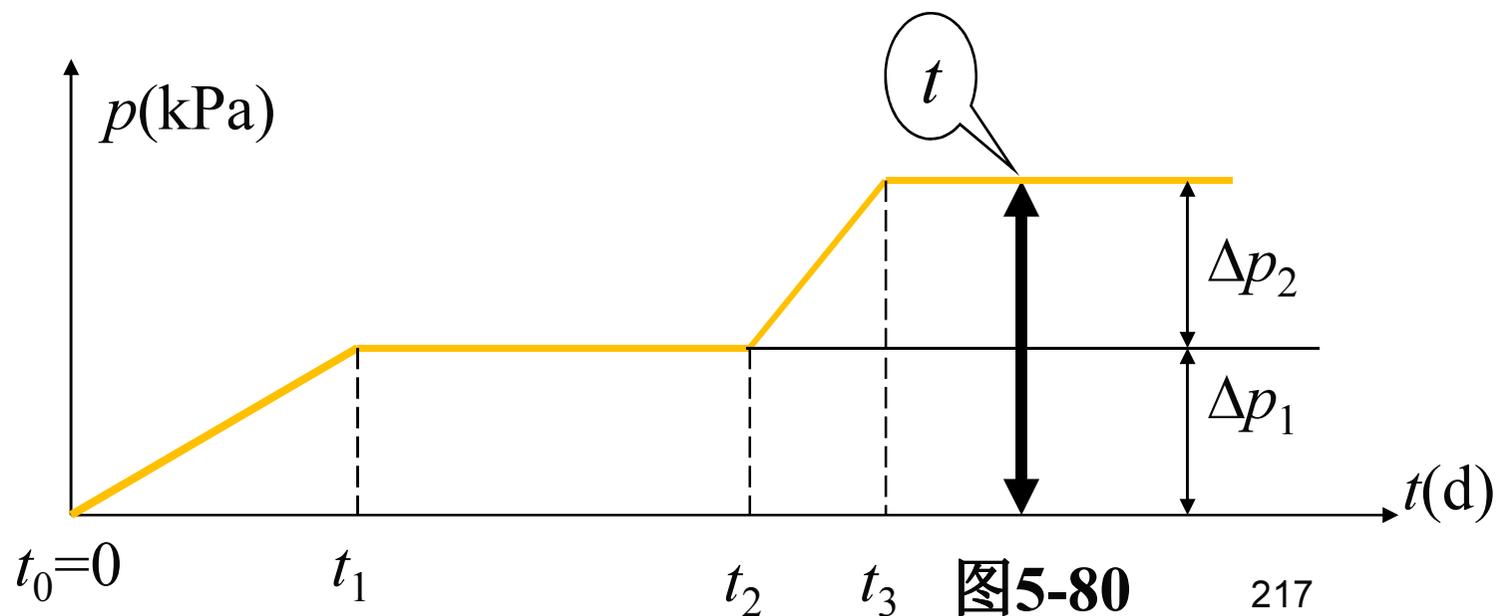


图5-80

5.6 土的三维固结理论

$$\bar{U}_t = \frac{\Delta p_1}{t_1(\Delta p_1 + \Delta p_2)} \left\{ t_1 + \frac{\alpha}{\beta} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-t_1)}] \right\} +$$
$$\frac{\Delta p_1}{(t_3 - t_2)(\Delta p_1 + \Delta p_2)} \left\{ (t_3 - t_2) + \frac{\alpha}{\beta} [e^{-\beta(t-t_2)} - e^{-\beta(t-t_3)}] \right\}$$

5.6 土的三维固结理论

例题：分期加载如图。问加载后20天和40天的平均固结度为多少？

$\alpha=0.5\text{MPa}^{-1}$ $k=5\times 10^{-7}\text{cm/s}$, $e_0=1.0$, 10m厚;
 $d_e=2.5\text{m}$, $d_w=0.25\text{m}$ 。

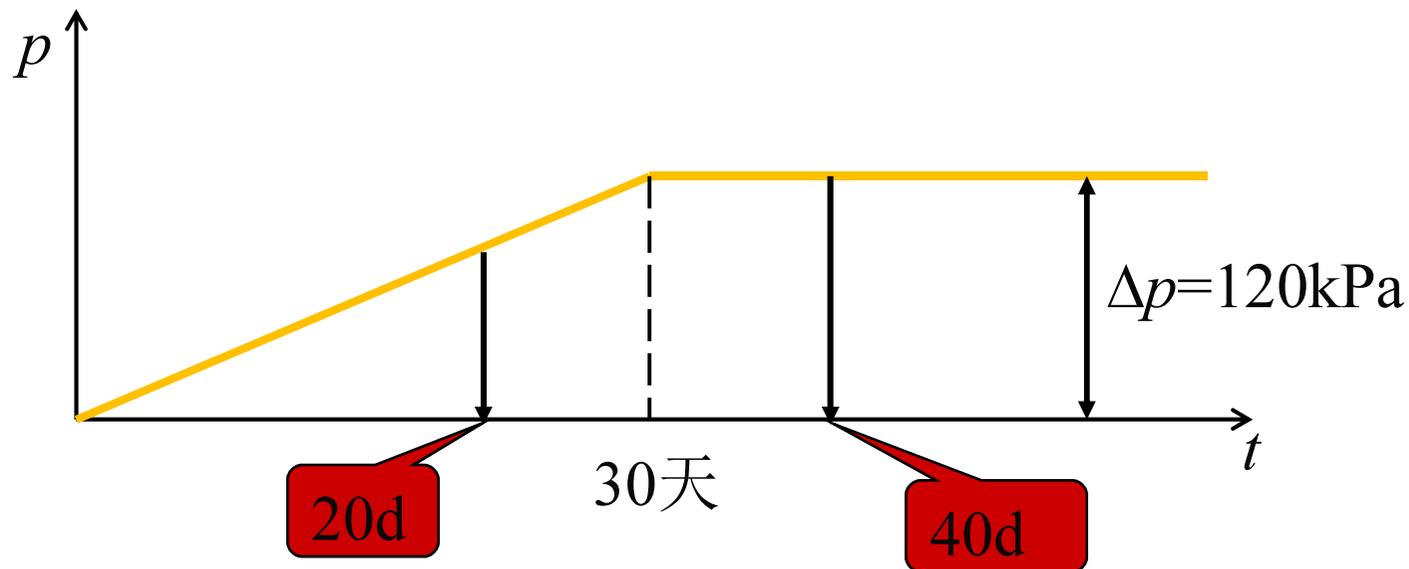


图5-81 例题

5.6 土的三维固结理论

$$C_v = C_h = 2.04 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 0.176 \text{ m}^2/\text{d}$$

$$F_n = 1.58 \quad d_e = 2.5 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{8}{\pi^2} = 0.81$$

$$\beta = \frac{8C_h}{F_n d_e^2} + \frac{\pi^2 C_v}{4H^2} = \frac{8 \times 0.176}{1.58 \times 2.5^2} + \frac{\pi^2 \times 0.176}{4 \times 10^2} = 0.147$$

$$\begin{aligned} 20 \text{ d: } \bar{U}_i &= \frac{1}{t} \left[t - \frac{\alpha}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right] = \frac{1}{30} \left[20 - \frac{0.81}{0.147} (1 - e^{-0.147 \times 20}) \right] \\ &= 0.493 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 40 \text{ d: } \bar{U}_i &= 1 + \frac{\alpha}{\beta t_1} [e^{-\beta t} - e^{-\beta(t-t_1)}] = \\ &= 1 + \frac{0.81}{0.147 \times 30} [e^{-0.147 \times 40} - e^{-0.147 \times 10}] = \\ &= 1 + 0.184(0.0028 - 0.23) = 0.958 \end{aligned}$$

5.6 土的三维固结理论

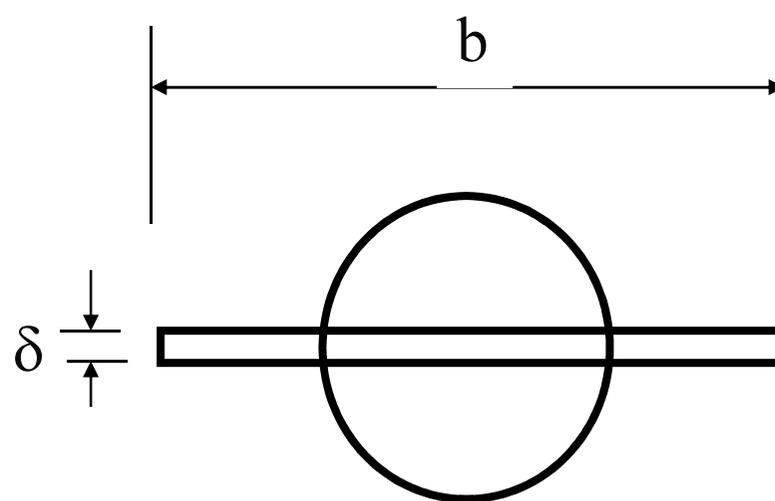
塑料排水板

- z 砂井: (1) 砂量 (2) 易断 (3) 工程造价
- z 近年更多使用塑料排水板
- z 等效直径问题

5.6 土的三维固结理论

塑料排水带

$$d_w = \alpha \frac{2(b + \delta)}{\pi}$$



α : 换算系数: 0.75~1.0。

图67 塑料排水带的等效直径

5.7 关于土体固结的其它问题简介

5.7.1 大变形固结理论

5.7.2 非饱和土的固结问题

5.7.3 固结试验—连续加载压缩试验方法

5.7 关于土体固结的其它问题简介

5.7.1 大变形固结理论

两种坐标系法

拉格朗日(Lagrange)

以物体变形前的初始构形 B 为参照，质点变形前的坐标为自变量，同坐标同质点：**物质描述法**。

固体力学

$$x = x(x^0, t)$$

$$A = A(x^0, t)$$

欧拉(Euler)

以物体变形后的构形 B' 为参照，一坐标不同时刻由不同质点占据：**空间描述法**。

流体力学

$$x^0 = x^0(x, t)$$

$$A = A(x, t)$$

5.7 关于土体固结的其它问题简介

小变形：位移比物体尺寸小得多情况。

柯西(Cauchy)应变张量 ε_{ij} 为：

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j^0} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i^0}\right)$$

大变形：

格林(Green)应变张量 E_{ij} ，即

$$E_{ij} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j^0} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i^0} + \frac{\partial u_m}{\partial x_i^0} \frac{\partial u_m}{\partial x_j^0}\right)$$

欧拉(Euler)应变张量 e_{ij} ，即

$$e_{ij} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_m}{\partial x_i} \frac{\partial u_m}{\partial x_j}\right)$$

5.7 关于土体固结的其它问题简介

常采用的大变形固结计算方法：

全拉格朗日坐标法；

更新拉格朗日坐标法：

每一增量结束更新一次坐标。

5.7 关于土体固结的其它问题简介

5.7.2 非饱和土的固结问题

1、特点：建立方程非常复杂

(1) 连续性条件

- 一部分气体要从土体中排出
- 未排出气体在压力下体积发生变化，密度改变
- 一定量的气体要溶解于孔隙水中

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(2) 渗透特性

- 涉及两种介质的渗透性，并且都与土的含水率和吸力密切相关
- 吸水与脱水时，渗透性不一致，亦即它们与含水率的关系并非一单值函数
- 渗透系数受土的结构性的影响很大；测定渗透系数并保证结构性不受影响，常需要不同于常规试验的测试技术

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(3) 有效应力原理

对于非饱和土，存在各种表达式：

毕肖普(Bishop):

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)$$

弗雷德伦德 (Fredlund): 表达式中的各参数测定比较复杂，往往不易得到稳定的数值。

$$\Delta \varepsilon_v = m_1 \Delta \sigma^* + m_2 \Delta s$$

净应力

$$\sigma^* = \sigma - u_a$$

吸力

$$s = u_a - u_w$$

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(4) 其它

- 非饱和土渗流的非线性
- 固结过程中颗粒、水、气的相互作用
-

5.7 关于土体固结的其它问题简介

5.7.2 非饱和土的固结问题

2、Fredlund非饱和土单向固结理论

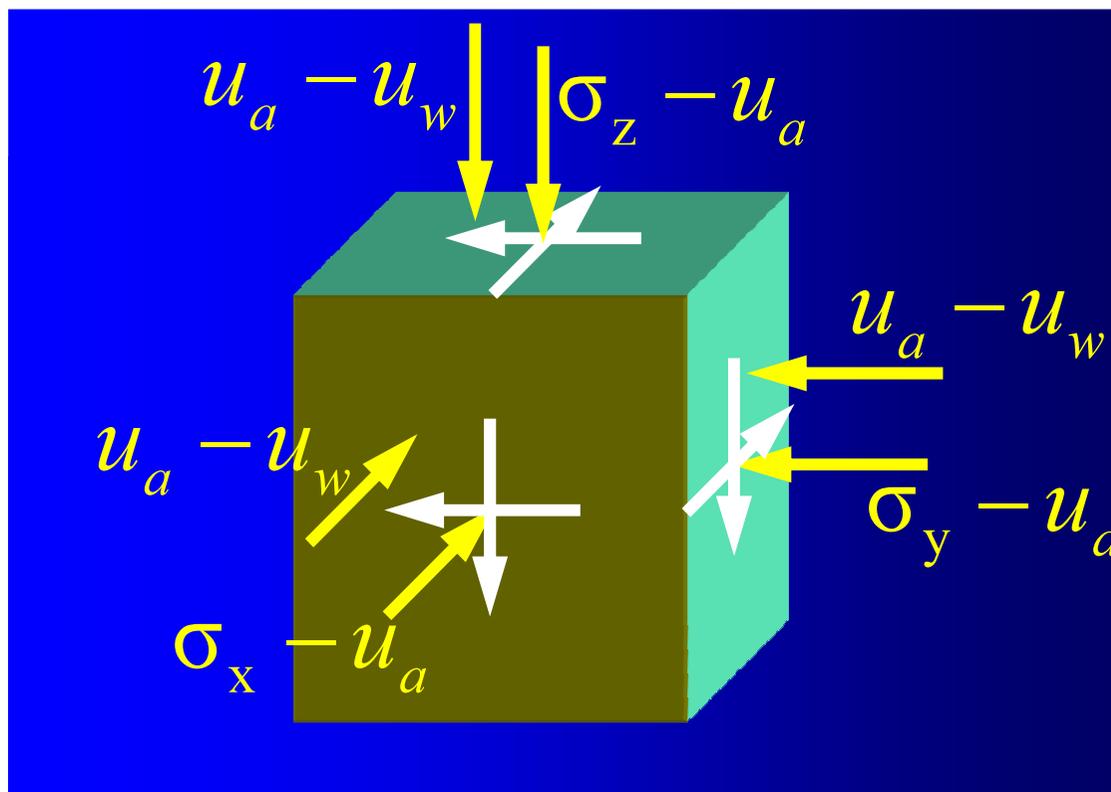
(1) 应力状态变量的选择

净应力

$$\sigma^* = \sigma - u_a$$

吸力

$$s = u_a - u_w$$



5.7 关于土体固结的其它问题简介

(2) 基本方程

连续条件：
$$\frac{\Delta V_v}{V_0} = \frac{\Delta V_w}{V_0} + \frac{\Delta V_a}{V_0}$$

V_0 — 土体总体积

ΔV_v — 孔隙体积变化

ΔV_w 、 ΔV_a — 分别为水相与气相的体积变化

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(2) 基本方程

本构关系:

$$\text{土骨架} \quad \frac{dV_v}{V_0} = m_{1k}^s d(\sigma - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w)$$

$$\text{水} \quad \frac{dV_w}{V_0} = m_{1k}^w d(\sigma - u_a) + m_2^w d(u_a - u_w)$$

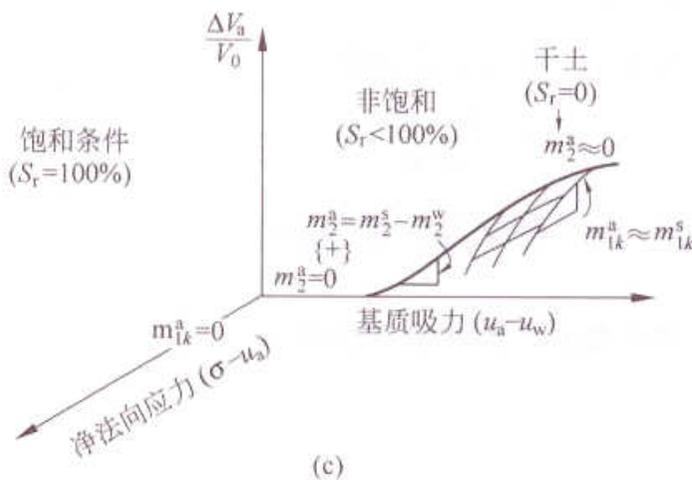
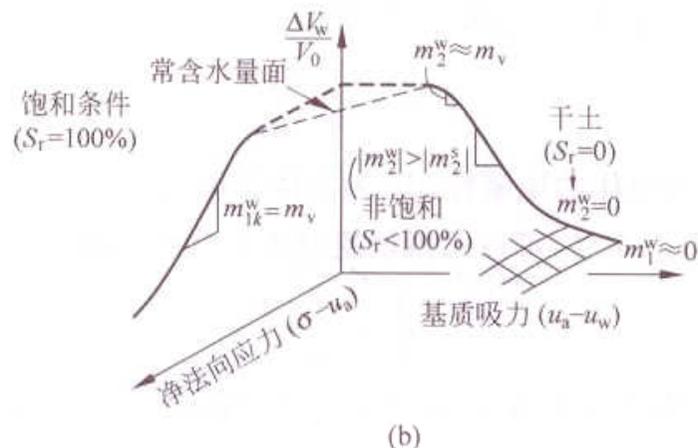
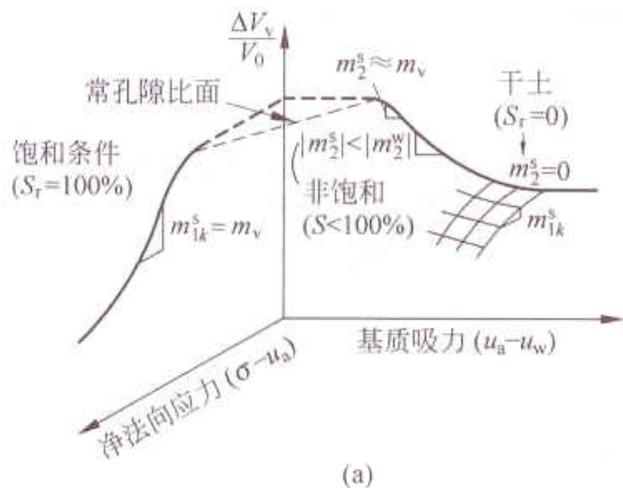
$$\text{气体} \quad \frac{dV_a}{V_0} = m_{1k}^a d(\sigma - u_a) + m_2^a d(u_a - u_w)$$

m_{1k}^s 、 m_{1k}^w 、 m_{1k}^a — 土骨架、水和气体对应于净应力的体积压缩系数

m_2^s 、 m_2^w 、 m_2^a — 土骨架、水和气体对应于吸力力的体积压缩系数

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(2) 基本方程 本构关系:



(a) 土骨架本构面

(b) 液相本构面

(c) 气相本构面

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(2) 基本方程

渗透规律:

液相渗流符合Darcy定律:
$$v = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial z}$$

气体流动Fick定律:
$$J_a = -D_a^* \frac{\partial u_a}{\partial z}$$

$$D_a^* = D_a \frac{\partial c}{\partial u_a}$$

D_a —土中空气流动的传导系数

c —空气的浓度

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(3) 固结方程

基本假定：

- ① 气相是连续的
- ② 在固结过程中，土骨架及其中各相的体积变化系数均保持常量
- ③ 液相、气相渗透系数在固结过程中是应力状态或土的体积-质量特性的函数
- ④ 不考虑气体溶解水和水汽蒸发
- ⑤ 土粒与水均不可压缩
- ⑥ 固结过程中发生的应变均为小应变

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(3) 固结方程

液相微分方程：

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} = -C_w \frac{\partial u_a}{\partial t} + C_v^w \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} + \frac{C_v^w}{k_w} \frac{\partial k_w}{\partial z} \frac{\partial u_w}{\partial z} + C_g \frac{\partial k_w}{\partial z}$$

$$C_w = \left(1 - m_2^w / m_{1k}^w\right) / \left(m_2^w / m_{1k}^w\right)$$

—与液相方程有关的相互作用常数

$$C_v^w = k_w / (\rho_w g m_2^w) \quad \text{—与液相有关的固结系数}$$

$$C_g = 1 / m_2^w \quad \text{—重力项常数}$$

5.7 关于土体固结的其它问题简介

(3) 固结方程

气相微分方程：

$$\frac{\partial u_a}{\partial t} = -C_a \frac{\partial u_w}{\partial t} + C_v \frac{\partial^2 u_a}{\partial z^2} + \frac{C_v^a}{D_a^*} \frac{\partial D_a^*}{\partial z} \frac{\partial u_a}{\partial z}$$

$$C_a = \frac{m_2^a / m_{1k}^a}{1 - m_2^a / m_{1k}^a - (1 - S_r) n / (\bar{u}_a m_{1k}^a)}$$

— 与气相方程有关的相互作用常数

$$C_v^a = \frac{D_a^*}{M_a / (RT)} \frac{1}{\bar{u}_a m_{1k}^a \left(1 - m_2^a / m_{1k}^a\right) - (1 - S_r) n}$$

— 与气相有关的固结系数

5.7 关于土体固结的其它问题简介

5.7.2 非饱和土的固结问题

3、非饱和土单向固结问题研究进展

- ◆ Dakshanamurthy et. al.(1984)将非饱和土的固结理论推广到三维。
- ◆ Wong et. al.(1998)开发了非饱和土耦合固结的多维数值分析程序。
- ◆ Oettl et. al.(2004)提出了三相介质耦合模型，并对心墙土石坝进行了渗流固结分析。
- ◆ 杨代泉(1990)考虑热量守恒定律、吸力状态方程等建立了非饱和土的渗流固结模型，并给出了多种简化形式。
- ◆ 陈正汉等(2001)建立了非饱和土的非线性固结模型和弹塑性固结模型，并应用于实际工程。
- ◆ 殷宗泽等(2009)改进了非饱和土固结混合流体简化方法，并应用于心墙土石坝的水力劈裂分析。

5.7 关于土体固结的其它问题简介

5.7.3 固结试验—连续加载压缩试验方法

1. 常规的固结试验：分级加载，从12.5kPa开始，荷重比为1.0。如果需测定原状土的先期固结压力，初始段的荷重比可采用0.5或0.25。每级荷重常需24小时量测时间-变形关系。这种试验常需一周甚至十余天。并且加载方式与实际施工情况差别较大。

2. 连续加荷压缩试验：可减少工作量；缩短试验时间；目前已经制成了完全自动化的装置。

5.7 关于土体固结的其它问题简介

3. 试验方法

(1) 恒应变速率试验法（简称CRS法）：
加荷时控制试样的变形速率为常量。

(2) 恒荷重速率试验法（简称CRL法）：
加荷时控制试样上应力增长速率为常量。

(3) 控制孔压梯度试验法（简称CGC法）：
加荷时保持试样底部的孔隙压力为常量。

(4) 控制孔隙压力比试验法（简称 λ 法）：
加荷过程中控制试样底部孔隙压力与总应力的增量比，即 λ 小于某一数值。

$$\frac{\Delta u_b}{\Delta p} = \lambda$$

Ref: 李广信 高等土力学 第二版 清华大学出版社
2016

该PPT基本源于网络 请尊重原著者的版权!

土 力 学
结 束

文件名格式: 班级 学号 姓名 简略实验名称
邮件标题同文件名

Any questions please 发送至
xingzhengwu@163.com